

XIII. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

2. Stufe (Kreisolympiade)

Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

521) Lösung: 8 Punkte

Da die Anzahl der Hechte ein Fünftel der Anzahl der Plötzen betrug, wurden genau 25 Hechte gefangen. Laut Aufgabe waren im Fang doppelt soviel Barsche wie Hechte, also genau 50 Barsche. Wegen $125 + 25 + 50 = 200$ wurden mithin insgesamt 200 Fische der genannten Arten gefangen.

522) Lösung: 8 Punkte

Als vollständige Lösung gilt jede Zeichnung mit einer möglichen Lage der beiden Geraden g_1 , g_2 , der Punkte S und T sowie der beiden Bildgeraden $g_1' \parallel g_1$ und $g_2' \parallel g_2$, die einander im Punkte T schneiden.

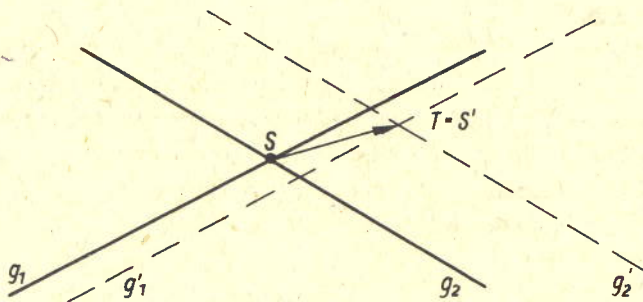


Abb. L 522

523) Lösung: 12 Punkte a) 5 Punkte b) 7 Punkte

a) Abb. L. 523 zeigt ein Beispiel dafür, wie die geforderte Eintragung lauten kann.

b) Es liege eine Eintragung vor und es seien $a, b, c, d, e, f, g, h, k, m, n, p$ die in dieser Reihenfolge in den Feldern A, B, C, D, E, F, G, H, K, M, N, P stehenden Zahlen. Ferner sei

$$s_1 = a + b + c + d, \quad s_2 = d + e + f + g,$$

$$s_3 = g + h + k + m, \quad s_4 = m + n + p + a.$$

Dann gilt laut Aufgabe $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = 22$. Daraus folgt $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 88$.

Die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis 12 beträgt 78. Sie ist also um 10 kleiner als die Summe

$s_1 + s_2 + s_3 + s_4$. Nun werden aber die in den Eckfeldern A, D, G, M stehenden Zahlen bei der Bildung der vier Summen s_1, s_2, s_3, s_4 je zweimal berücksichtigt. Daher muß die Summe dieser Zahlen 10 betragen. Wären

nun a, g, d, m nicht die

Zahlen 1, 2, 3, 4, so wäre mindestens eine von ihnen größer als 4, und die anderen drei wären nicht kleiner als 1, 2 bzw. 3, also wäre ihre Summe größer als 10. Daher müssen bei jeder richtigen Eintragung der genannten Art in den Eckfeldern die Zahlen 1, 2, 3, 4 und keine anderen stehen.



Abb. L 523

524) Lösung:

12 Punkte

Die unterste Schicht besteht aus 9 Reihen, von denen die erste genau 1 Büchse und jede weitere genau eine Büchse mehr als die unmittelbar vorhergehende hat. Die neunte Reihe enthält danach genau 9 Büchsen. Folglich ist die Zahl aller Büchsen dieser Schicht gleich der Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis 9, also gleich 45. Die unmittelbar darüberstehende Schicht von Konservenbüchsen ent-

hält genau eine Reihe, nämlich die mit 9 Büchsen, weniger. Entsprechendes gilt auch für alle übrigen Schichten. Somit erhält man:

Erste Schicht:	45
zweite Schicht:	36 = 45 - 9
dritte Schicht:	28 = 36 - 8
vierte Schicht:	21 = 28 - 7
fünfte Schicht:	15 = 21 - 6
sechste Schicht:	10 = 15 - 5
siebente Schicht:	6 = 10 - 4
achte Schicht:	3 = 6 - 3
neunte Schicht:	1 = 3 - 2

insgesamt: 165

Für den Bau der "Pyramide" wurden insgesamt 165 Konservendbüchsen verwendet.