



31. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Saison 1991/1992

Aufgaben und Lösungen





31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

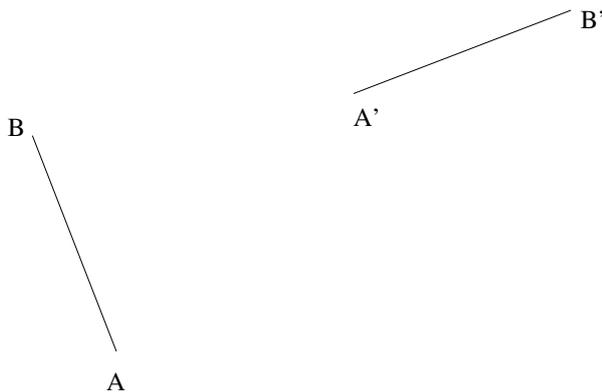
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 310611:

Uwe und Jan zeichnen jeder ein Rechteck, das sich in genau 60 Quadrate von je 1 cm Seitenlänge zerlegen läßt. Jans Rechteck hat einen doppelt so großen Umfang wie Uwes Rechteck.

Ermittle die Seitenlängen der Rechtecke von Uwe und Jan!

Aufgabe 310612:



- Begründe, daß jede Drehung, die einen gegebenen Punkt A in einen anderen gegebenen Punkt A' überführt, ihren Drehpunkt M auf der Mittelsenkrechten von AA' haben muß!
- Die Abbildung zeigt zwei einander gleichlange Strecken AB und $A'B'$.

Konstruiere den Drehpunkt M derjenigen Drehung, bei der A in A' und B in B' übergeht, also die Strecke AB das Bild $A'B'$ hat! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310613:

Elke, Regina, Gerd und Joachim vergleichen ihre Briefmarkensammlungen. Sie bemerken:

- Joachim hat mehr Briefmarken als Gerd.
- Elke und Regina haben zusammen genau so viele Briefmarken, wie Joachim und Gerd zusammen haben.
- Elke und Joachim haben zusammen weniger Briefmarken als Regina und Gerd zusammen haben.

Stelle fest, ob diese Angaben nur durch eine Reihenfolge für die Anzahlen von Elkes, Reginas, Gerds und Joachims Briefmarken erfüllt werden können! Wenn das der Fall ist, ermittle diese Reihenfolge, nach fallenden Anzahlen geordnet!

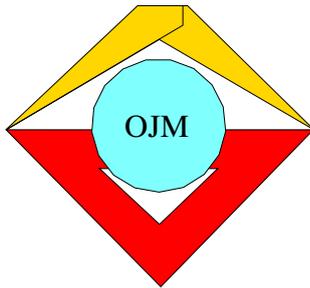


Aufgabe 310614:

An einem Ausflug nahmen insgesamt 20 Personen teil. Man bemerkte:

- (1) Genau 5 der Teilnehmer waren 30 Jahre alt oder jünger.
- (2) Von den Teilnehmern, die älter als 30 Jahre waren, kauften sich genau 10 bei der ersten Rast etwas zu trinken, genau 12 bei der zweiten Rast. Kein Teilnehmer verzichtete beide Male auf diesen Kauf.
- (3) Genau 6 der Teilnehmer waren 40 Jahre alt oder älter, darunter genau 2, die bei der ersten Rast nichts zu trinken kauften, und genau 2, die bei der zweiten Rast nichts zu trinken kauften.

Wieviele der Teilnehmer, die älter als 30, aber jünger als 40 Jahre waren, kauften sich sowohl bei der ersten als auch bei der zweiten Rast etwas zu trinken?



31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 310611:

Durch Aufzählen aller Darstellungen von 60 als Produkt zweier natürlicher Zahlen erhält man: Es gibt genau die folgenden Möglichkeiten für ein Rechteck, das sich in genau 60 Quadrate von je 1 cm Seitenlänge zerlegen läßt:

Seitenlängen in cm	Umfang in cm
1, 60	122
2, 30	64
3, 20	46
4, 14	38
5, 12	34
6, 10	32

Von diesen Umfängen ist genau einer doppelt so groß wie einer der anderen, nämlich 64 cm doppelt so groß wie 32 cm. Also hat Jans Rechteck die Seitenlängen 2 cm, 30 cm und Uwes Rechteck die Seitenlängen 6 cm, 10 cm.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 310612:

- a) Wenn M der Drehpunkt einer Drehung ist, die A in A' überführt, so gilt

$$\overline{MA} = \overline{MA'}. \quad (1)$$

Daraus folgt, daß M auf der Mittelsenkrechten von AA' liegen muß, da dies für alle Punkte M gilt, die (1) erfüllen.

Bemerkung: Dies kann als bekannte Eigenschaft der Mittelsenkrechten verwendet oder zuvor mit dem Kongruenzsatz sss für die Dreiecke AHM , $A'HM$ bewiesen werden, wo H der Mittelpunkt von AA' ist.

- b) Die Abbildung zeigt eine geforderte Konstruktion.

g und h sind die Mittelsenkrechten von AA' bzw. BB' , ihr Schnittpunkt ist der gesuchte Punkt M .

Zur Kontrolle kann man überprüfen, daß im Kreis um M durch A die Radien MA , MA' einen gleichgroßen Winkel bilden wie MB , MB' im Kreis um M durch B .



	30 J. oder jünger	zwischen 30 und 40 J.	40 J. oder älter
1. Rast nicht, nur 2. Rast kaufen		3	2
1. und 2. Rast kaufen	5	5	2
2. Rast nicht, nur 1. Rast kaufen		1	2

Für die Zwischenschritte, die schließlich zur gesuchten Zahl 5 führen, gibt es mehrere Möglichkeiten.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)



Quellenverzeichnis

(31) Broschüre vom Volk und Wissen Verlag (VWV)