



30. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Saison 1990/1991

Aufgaben und Lösungen





30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

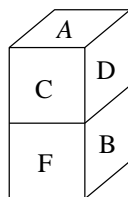
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 300611:

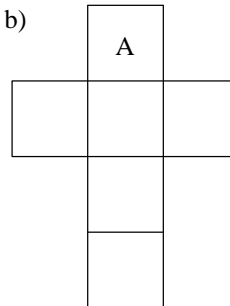
Das Bild a) zeigt zwei gleiche, mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F in gleicher Anordnung beschriftete Würfel.

Man soll die Beschriftung des Würfelnetzes im Bild b) so ergänzen, daß zwei Würfel, die mit je einem solchen Netz hergestellt werden, sich zum Bild a) zusammensetzen lassen.

a)



b)



Gib zwei verschiedene Ergänzungsmöglichkeiten an! Gib zu beiden Ergänzungsmöglichkeiten an, welche Fläche des unteren Würfels dann als Grundfläche gewählt werden muß!

Aufgabe 300612:

- Gib alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen an, bei denen eine der beiden Ziffern um 4 kleiner ist als die andere!
- Ermittle unter diesen Zahlen alle diejenigen, die durch ihre Quersumme teilbar sind!

Hinweis: Die Quersumme einer natürlichen Zahl ist die Summe ihrer Ziffern. So hat z.B. die Zahl 24801 wegen $2 + 4 + 8 + 0 + 1 = 15$ die Quersumme 15.

Aufgabe 300613:

Lina kauft 7 Bleistifte und 8 Hefte ein und stellt dabei fest, daß 7 Bleistifte teurer als 8 Hefte sind.

Was ist teurer: 10 Bleistifte und 2 Hefte oder 11 Hefte und 2 Bleistifte? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 300614:

Die Seiten eines Buches sind mit den Zahlen von 1 bis 235 durchnummeriert.

- Wie oft wurde bei der Numerierung insgesamt die Ziffer 4 verwendet?



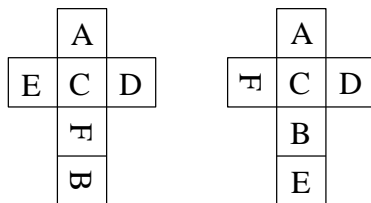
-
- b) Wie oft wurde bei der Numerierung insgesamt die Ziffer 0 verwendet?
- c) Wie viele Ziffern sind insgesamt bei dieser Numerierung zu drucken?



30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 300611:



Die Abbildung zeigt zwei Ergänzungsmöglichkeiten der geforderten Art. Bei beiden muß als Grundfläche des unteren Würfels die als E beschriftete Fläche gewählt werden.

Bemerkung: Es gibt noch andere Möglichkeiten. Man kann sogar für jeden der Buchstaben A, C, D, E eine Beschriftung so finden, daß gerade die Fläche mit diesem Buchstaben als Grundfläche des unteren Würfels gewählt werden muß.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 300612:

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Zeile genau alle in (a) gesuchten Zahlen. In der zweiten Zeile steht zu jeder dieser Zahlen ihre Quersumme. In der dritten Zeile steht jeweils die Antwort auf die Frage, ob die betreffende Zahl durch ihre Quersumme teilbar ist (j für ja, n für nein). Hiernach sind genau die Zahlen 40, 84 und 48 die in (b) gesuchten.

Zahl	40	51	15	62	26	73	37	84	48	95	59
Quersumme	4	6	6	8	8	10	10	12	12	14	14
teilbar?	j	n	n	n	n	n	n	j	j	n	n

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 300613:

Antwort: 10 Bleistifte und 2 Hefte sind teurer als 11 Hefte und 2 Bleistifte.

Begründung: Ist b der Preis für einen Bleistift und h der Preis für ein Heft, so gilt nach Linas Feststellung

$$7b > 8h. \tag{1}$$

Daraus folgt erst recht $7b > 7h,$ (2)

also $b > h.$ (3)

Aus (1) und (3) ergibt sich $8b > 9h.$ (4)

Vergrößert man nun jeweils sowohl $8b$ als auch $9h$ um $2b + 2h$, so folgt $10b + 2h > 2b + 11h$, wie in der Antwort angegeben.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)



Lösung 300614:

- a) Die Ziffer 4 wird in der Einerstelle jeweils genau einmal für die Zahlen

1 bis 10, 11 bis 20, ..., 221 bis 230, 231 bis 235

gebraucht, d.h. zusammen 24mal.

An der Zehnerstelle wird sie jeweils genau einmal für die Zahlen

40, 41, 49, 140, 141, 149

gebraucht und für die anderen der Zahlen von 1 bis 235 nicht, d.h. zusammen 20mal. An der Hunderterstelle wird sie für die Zahlen 1 bis 235 nicht gebraucht. Also wurde die Ziffer 4 bei der Numerierung insgesamt 44mal verwendet.

- b) Die Ziffer 0 wird in der Einerstelle jeweils genau einmal für die Zahlen

1 bis 10, 11 bis 20.....221 bis 230

gebraucht, aber nicht für die Zahlen 231 bis 235, d.h. zusammen 23mal.

An der Zehnerstelle wird sie jeweils genau einmal für die Zahlen

100, 101, 109, 200, 201, 209

gebraucht und für die anderen der Zahlen von 1 bis 235 nicht, d.h. zusammen 20mal. An der Hunderterstelle wird sie für die Zahlen von 1 bis 235 nicht gebraucht. Also wird die Ziffer 0 bei der Numerierung insgesamt 43mal verwendet.

- c) Unter den Zahlen von 1 bis 235 gibt es genau die 9 einstelligen 1, 2, ..., 9, genau die 90 zweistelligen 10, 11, ..., 99 und genau die 136 dreistelligen 100, 101, 235. Daher sind bei der Numerierung insgesamt $9 + 90 \cdot 2 + 136 \cdot 3 = 9 + 180 + 408 = 597$ Ziffern zu drucken.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)



Quellenverzeichnis

(31) Broschüre vom Volk und Wissen Verlag (VWV)