



**26. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 5**  
**Saison 1986/1987**

Aufgaben und Lösungen





26. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 5  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

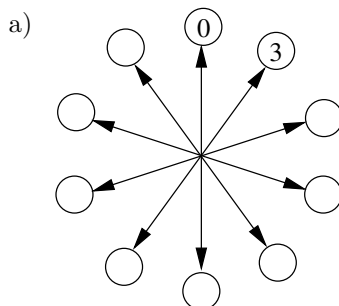
Aufgabe 260511:

Die Mädchen Grit, Regina und Beate tragen jede eine einfarbige Bluse. Von diesen drei Blusen ist eine gelb, eine rot und eine blau.

Grit stellt fest, daß keines der Mädchen eine Bluse von der Farbe trägt, die den gleichen Anfangsbuchstaben wie der Vorname des Mädchens hat. Das Mädchen mit der roten Bluse antwortet darauf: "Das hatte ich noch gar nicht bemerkt, aber du hast recht. Grit!"

Welche Bluse trägt jedes der Mädchen?

Aufgabe 260512:



Die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sollen so in die kleinen Kreise der Abbildung eingetragen werden, daß jedes Paar benachbarter Kreise dieselbe Summe wie das Paar an den beiden entgegengesetzten Pfeilspitzen ergibt.

Jede der zehn Zahlen soll genau einmal vorkommen. Die Zahlen 0 und 3 sollen wie angegeben eingetragen werden.

Gib eine Eintragung an, die alle diese Forderungen erfüllt!

- b) Für die Zahlen 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 läßt sich eine entsprechende Aufgabe stellen. Wie kann man für sie auf einfache Weise eine Lösung aus der Lösung von a) gewinnen?
- c) Löse die entsprechende Aufgabe für die natürlichen Zahlen  $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, n + 7, n + 8, n + 9$ !
- d) Begründe deine Lösung von c) !

Aufgabe 260513:

Jörg bewundert Holgers Kaninchen und Tauben. Er möchte gern wissen, wieviel Kaninchen und Tauben Holger besitzt, und fragt ihn deshalb danach. Dieser antwortet: "Ich habe insgesamt 24 Tiere, die zusammen 62 Beine haben. Andere Tiere als Kaninchen und Tauben habe ich nicht."

Wieviel Kaninchen und wieviel Tauben besitzt Holger? Begründe deine Antworten!

Aufgabe 260514:

Der Pionier Klaus Knobler tritt als Zauberkünstler vor seiner Pioniergruppe auf. Nachdem ihm die Augen verbunden wurden, bittet er einen Zuschauer, aus einer Streichholzsachtel eine beliebige ungerade Anzahl



von Hölzern, jedoch mindestens 13, zu entnehmen. Diese Hölzer sollen in zwei parallelen Reihen auf den Tisch gelegt werden, wobei die obere Reihe genau ein Streichholz mehr enthalten soll als die untere. Nachdem dies geschehen ist, läßt Klaus Knobler

- (1) irgendeine von ihm selbst genannte Anzahl  $a$  (mindestens 1, jedoch weniger als 7) Streichhölzer aus der oberen Reihe fortnehmen, dann
- (2) aus der unteren Reihe so viele Streichhölzer wegnehmen, wie oben noch liegen, und dann
- (3) aus der oberen Reihe alle übrigen Streichhölzer entfernen.

Danach nennt Klaus Knobler den staunenden Zuschauern die Anzahl der auf dem Tisch verbliebenen Hölzer. Wie groß ist sie?

Durch welche Überlegung kann Klaus Knobler sie finden, ohne die Anzahl der zu Beginn auf dem Tisch liegenden Hölzer zu kennen?



26. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 5  
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 260511:

Aus Grits Feststellung folgt:

- (1) Grits Bluse ist nicht gelb.
- (2) Regina hat nicht die rote Bluse an.
- (3) Beate trägt nicht die blaue Bluse.

Da das Mädchen mit der roten Bluse nicht Grit ist (denn es hatte Grits Feststellung noch nicht bemerkt), folgt:

- (4) Grits Bluse ist nicht rot.

Aus (1) und (4) folgt, daß Grit die blaue Bluse trägt. Dann aber muß wegen (2) Regina die gelbe Bluse anhaben. Daraus folgt weiter, daß Beate die rote Bluse trägt.

*Hinweis:* Um bei einer derartigen Aufgabe die Lösung zu finden, kann man eine Tabelle verwenden, in der man die geforderten Bedingungen sowie Folgerungen aus diesen Bedingungen übersichtlich festhält. Man kürzt z.B. die Mädchennamen mit  $G$ ,  $R$ ,  $B$  und die Blusenfarben mit  $g$ ,  $r$ ,  $b$  ab. Die Folgerung, daß Grit keine gelbe Bluse trägt, kann man dadurch kennzeichnen, daß man in das Feld  $(G,g)$  ein "-" einträgt.

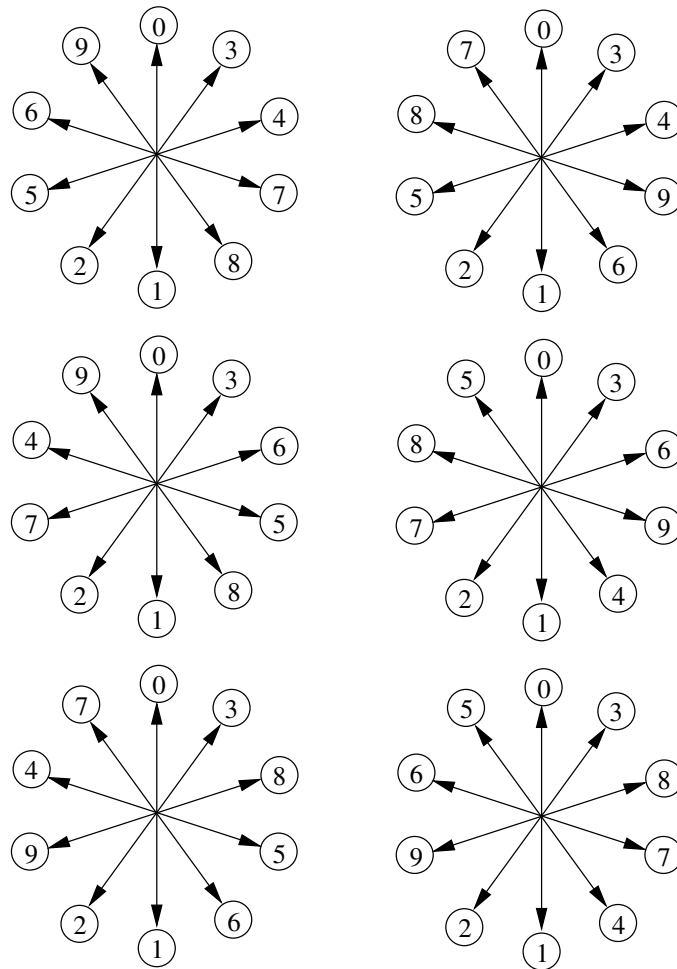
Aus den geforderten Bedingungen folgt weiterhin, daß auch in den Feldern  $(B,b)$ ,  $(R,r)$  und  $(G,g)$  ein "-" stehen muß. Die Folgerung, daß ein bestimmtes Mädchen eine bestimmte Bluse tragen muß, kann man durch ein "+" im entsprechenden Feld kennzeichnen. Da jedes der drei Mädchen genau eine der drei Blusen trägt, muß schließlich in jeder Zeile und in jeder Spalte unserer Tabelle genau ein "+" stehen. Dies ermöglicht ein Ausfüllen der noch leeren Felder: im Feld  $(G,b)$  und im Feld  $(B,r)$  muß ein "+" stehen; folglich muß im Feld  $(R,b)$  und im Feld  $(B,g)$  ein "-" und danach im Feld  $(R,g)$  ein "+" stehen.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)*

Lösung 260512:

- a) Jede der Eintragungen in der Abbildung ist eine Eintragung der geforderten Art. (Man kann auch zeigen, daß es keine weiteren derartigen Eintragungen gibt.)

Als vollständige Lösung zu a) gilt eine dieser Eintragungen.



- b) Man erhält z.B. aus der Lösung von a) eine Lösung von b), wenn man zu jeder Zahl der Figur 10 addiert.
- c) Indem man in der Lösung von a) zu jeder Zahl der Figur die Zahl  $n$  addiert, erhält man eine mögliche Lösung der Aufgabe.
- d) Bei dem in c) beschriebenen Vorgehen vergrößern sich jeweils beide in Aufgabe a) betrachtete Summen um den gleichen Wert, und zwar um das Doppelte von  $n$ . Die Gleichheit der beiden Summen bleibt somit bei dieser Veränderung erhalten. Aus einer jeden Lösung von a) ergibt sich so bei der Veränderung eine Lösung von c).

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)*

Lösung 260513:

Hätte jedes von Holgers Tieren nur zwei Beine, so wären es wegen  $24 \cdot 2 = 48$  zusammen genau 48 Beine. Nach Holgers Angaben und wegen  $62 - 48 = 14$  sind es aber 14 Beine mehr als 48.

Da Tauben nur zwei Beine besitzen, können diese 14 Beine nur zu den Kaninchen gehören. Zwei Beine eines jeden Kaninchen wurden schon bei den 48 Beinen mitgezählt. Die zwei restlichen Beine eines jeden Kaninchens müssen zusammengezählt 14 Beine ergeben. Also können Holgers Angaben nur dann zutreffen, wenn er 7 Kaninchen und 17 Tauben besitzt, da  $14 : 2 = 7$  und  $24 - 7 = 17$  ist.

Zur Probe kann man bestätigen, daß Holgers Angaben mit diesen Zahlen zutreffen (daß sie also erfüllbar



sind, was jedoch dem Aufgabentext entnommen werden konnte): Es sind 7 Kaninchen und 17 Tauben wegen  $7 + 17 = 24$  zusammen 24 Tiere; wegen  $7 \cdot 4 = 28$ ,  $17 \cdot 2 = 34$  und  $28 + 34 = 62$  haben sie zusammen 62 Beine.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)*

Lösung 260514:

Klaus Knobler kann folgendermaßen überlegen:

Angenommen, zu Beginn haben in der oberen Reihe außer den  $a$  Streichhölzern noch weitere  $b$  Hölzer gelegen. Dann lagen also anfangs in der oberen bzw. unteren Reihe

$$\begin{aligned} a + b \\ a + b - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Nach Ausführen von (1) liegen in der oberen bzw. unteren Reihe

$$\begin{aligned} b \\ a + b - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Nach Ausführen von (2) liegen in der oberen bzw. unteren Reihe

$$\begin{aligned} b \\ a - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Schließlich verbleiben nach Ausführen von (3) noch

$$a - 1$$

Hölzer auf dem Tisch. Klaus Knobler braucht also nur den Vorgänger der von ihm bei (1) genannten Zahl  $a$  zu bilden und als Anzahl der auf dem Tisch verbliebenen Streichhölzer anzugeben.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)*



---

## Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission