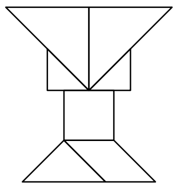
25. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1985/1986

Aufgaben und Lösungen

25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250511:



Die Teilflächen der dargestellten Figur lassen sich

a) zu einer Quadratfläche und

b) zu einer Rechteckfläche, die keine Quadratfläche ist, zusamensetzen.

Gib je eine Möglichkeit dafür an!

Aufgabe 250512:

Bei einem Gruppenfest im Pionierlager verabreden 17 Kinder folgendes Spiel:

Es wird im Kreis herum immer wieder von 1 bis 7 gezählt, wobei sich jedes siebente Kind aus dem Kreis entfernen soll und dann auch beim weiteren Zählen nicht mehr berücksichtigt wird. Wer zuletzt übrigbleibt, hat verloren und muß einen Pfand geben.

Frank Pfiffig darf vorschlagen, bei welchem Kind mit dem Abzählen begonnen werden soll. Er will seinen Freund Norbert Nörgel ärgern und beginnt mit dem Abzählen so, daß dieser verliert. Wie kann er das erreichen?

Aufgabe 250513:

Drei Kunden in einem Eisenwarengeschäft kauften Schrauben. Jede Schraube kostete 7 Pfennig. Der zweite Kunde kaufte vier Schrauben mehr als der erste Kunde. Der dritte Kunde kaufte doppelt so viele Schrauben wie der zweite Kunde. Die drei Kunden bezahlten dafür insgesamt 5 Mark und 32 Pfennig.

Wieviel bezahlte der dritte Kunde?

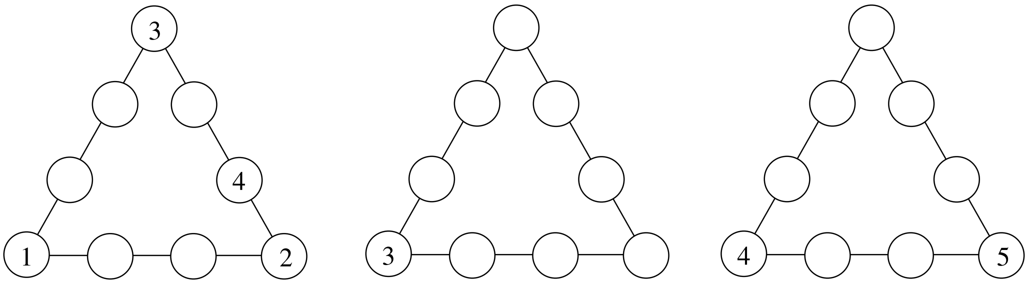
Aufgabe 250514:

In jede der Abbildungen a), b), c) sollen die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in die Kreise eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll (jeweils bei einer solchen Eintragung) genau einmal vorkommen. Für einige Kreise ist die einzutragende Zahl bereits vorgeschrieben. Ferner soll für jede Eintragung folgendes gelten: Addiert man auf je einer Dreiecksseite die vier Zahlen, so ergibt sich bei jeder der drei Seiten dieselbe Summe.

a) Finde eine Eintragung in Abbildung a), bei der sich für jede der drei Seiten die Summe 17 ergibt!

b) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung b), bei denen sich für jede der drei Seiten die Summe 21 ergibt!

c) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung c), bei denen sich für jede der drei Seiten derselbe Wert der Summe ergibt! Gib zu jeder dieser Eintragungen diesen Wert an!



a) b) c)

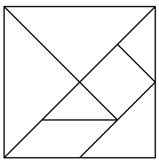
25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

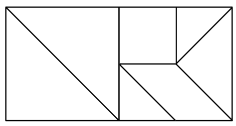
Lösung 250511:

Eine mögliche Lösung ist

a)



b)



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250512:

Bezeichnet man die am Spiel beteiligten Kinder mit den Zahlen 1 bis 17 und beginnt bei 1 mit dem Abzählen, so findet man durch Probieren, daß das Kind mit der Nr. 2 als Verlierer übrigbleibt. Das Probieren kann z.B. in einer Tabelle der folgenden Art geschehen:

Pionier Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
scheidet als ...ter aus	16		5	3	14	7	1	11	10	12	9	4	6	2	15	13	8

Frank Pfiffig kann also sein Ziel erreichen, indem er mit den Abzählen einen Platz vor seinem Freund Herbert Nörgel beginnt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250513:

Wenn der erste Kunde x Schrauben kaufte, dann kaufte der zweite Kunde $x + 4$ Schrauben und der dritte Kunde $2 \cdot (x + 4)$ Schrauben.

Hierfür gilt $2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$.

Addiert man die drei Anzahlen, so ergibt sich

$$x + x + 4 + 2x + 8 = 4x + 12,$$

also kauften die drei Kunden insgesamt $4x + 12$ Schrauben.

Da sie insgesamt $5,32\,\mathrm{M}$ bezahlten und jede Schraube 7 Pfennig kostete, kauften sie wegen $532 : 7 = 76$ insgesamt 76 Schrauben. Also gilt

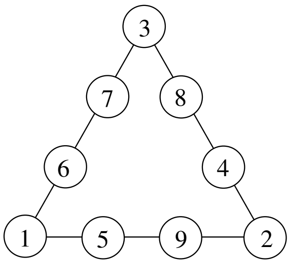
$$\begin{aligned} 4x + 12 &= 76 \\ 4x &= 64 \\ x &= 16. \end{aligned}$$

Der erste Kunde kaufte also 16 Schrauben, der zweite kaufte 4 Schrauben mehr, also 20 Schrauben, der dritte kaufte doppelt so viele, also 40 Schrauben. Wegen $40 \cdot 7 = 280$ bezahlte er hierfür $2,80$ M.

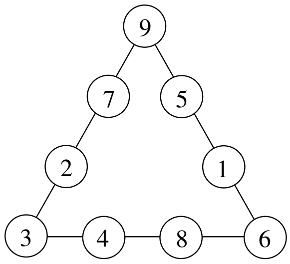
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250514:

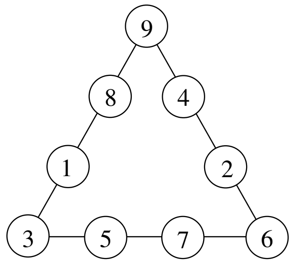
Abbildung a zeigt eine Lösung der Aufgabe a); die Abbildungen b 1, 2, 3, 4 zeigen vier Lösungen von Aufgabe b); die Abbildungen c 1, 2 zeigen zwei Lösungen der Aufgabe c), für jede Dreiecksseite beträgt die Summe in diesen beiden Lösungen 20.



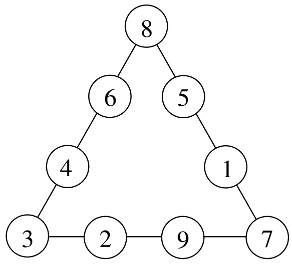
a



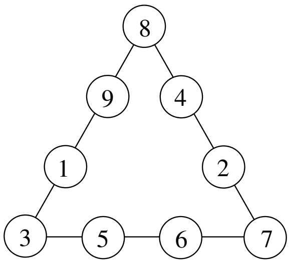
b1



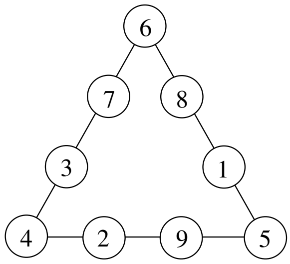
b2



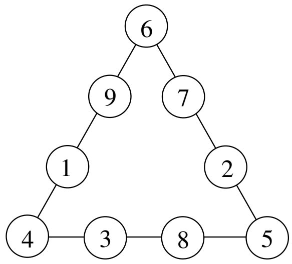
b3



b4



c1



c2

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission