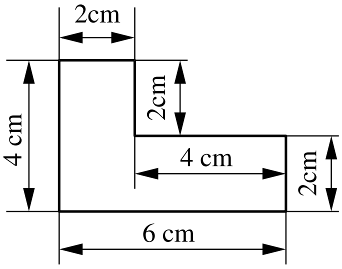
24. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1984/1985

Aufgaben und Lösungen

24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 240511:



Aus Flächenstücken wie in der Abbildung kann man eine Quadratfläche zusammensetzen, deren Seitenlänge 8 cm beträgt.

Wieviele solcher Flächenstücke sind hierzu erforderlich? Weise die Richtigkeit deiner Antwort durch eine Zeichnung nach!

Aufgabe 240512:

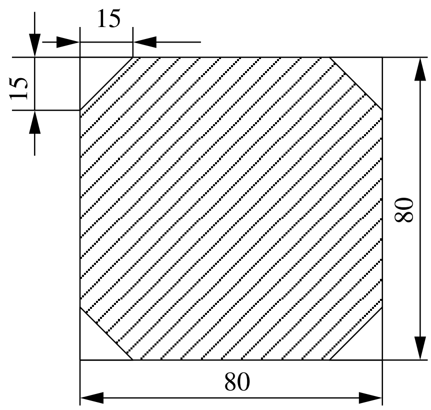
Roland löste eine Divisionsaufgabe. Er erhielt als Ergebnis den Quotienten 36. Roland machte die Probe, indem er den Divisor mit diesem Quotienten multiplizierte. Dabei las er versehentlich im Divisor statt einer Ziffer 7 eine 1 und erhielt als Ergebnis dieser Multiplikation nicht den gegebenen Dividenden, sondern die Zahl 756.

Wie hieß die Divisionsaufgabe, die Roland lösen sollte?

Aufgabe 240513:

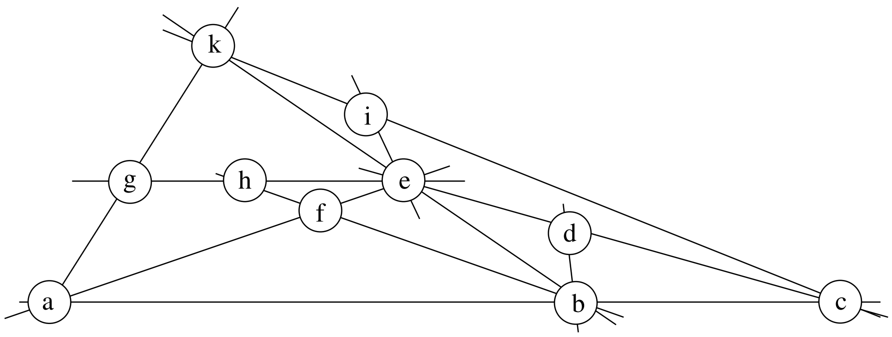
Die schraffierte Fläche in der Abbildung entsteht aus einem Quadrat, von dem vier gleichgroße Dreiecke abgeschnitten werden.

Berechne aus den in Millimeter angegebenen Maßen den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in Quadratzentimeter!



Aufgabe 240514:

In die Felder der Abbildung soll für jeden Buchstaben eine der Zahlen von 1 bis 10 eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll genau einmal vorkommen. Auf jeder eingezeichneten Geraden soll die Summe der Zahlen 15 betragen; es soll also gelten:



$$\begin{aligned} 15 &= a+b+c \\ &= a+f+e \\ &= a+g+k \\ &= b+d \\ &= b+e+k \\ &= b+f+h \\ &= c+d+e \\ &= c+i+k \\ &= e+h+g \\ &= e+i. \end{aligned}$$

(a) Gib eine solche Eintragung an, bei der zusätzlich festgelegt wird, daß $e = 5$ und $k = 2$ ist!

(b) Gib eine weitere von (a) verschiedene Eintragung an, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt! (Für e und k dürfen auch andere als die in (a) eingesetzten Zahlen verwendet werden.)

(c) Beweise, daß es keine Eintragung gibt, bei der alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind und außerdem $e = 10$ gilt!

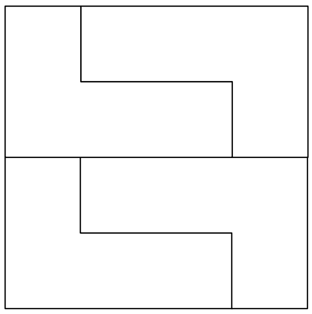
24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 240511:

Es sind vier Flächenstücke erforderlich.

Eine Zeichnung der geforderten Art zeigt die Abbildung.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240512:

Bei der Probe multiplizierte Roland die falsche Zahl mit 36 und erhielt 756. Wegen $756 : 36 = 21$ war diese falsche Zahl 21. Der Fehler war entstanden, indem er statt einer 7 eine 1 gelesen hatte. Die richtige Zahl hätte also 27 lauten müssen. Mit dieser hätte Roland bei seiner Probe $27 \cdot 36 = 972$ erhalten. Dies war somit der gegebene Dividend.

Die Divisionsaufgabe, die Roland lösen sollte, hieß folglich $972 : 27$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240513:

Wegen $80 \cdot 80 = 6\,400$ beträgt der Flächeninhalt des Quadrates $6\,400\ \text{mm}^2$. Die vier abgeschnittenen (rechtwinkligen und gleichschenkligen [diese Angaben werden vom Schüler nicht verlangt] Dreiecke ergänzen sich paarweise zu insgesamt zwei Quadraten [diese Feststellung kann der Anschauung entnommen werden] mit einer Seitenlänge von je 15 mm. Wegen $15 \cdot 15 = 225$ beträgt der Flächeninhalt eines solchen Quadrates $225\ \text{mm}^2$.

Wegen $6\,400 - 225 - 225 = 5\,950$ beträgt der Flächeninhalt der schraffierten Fläche also $5\,950\ \text{mm}^2$, das sind $59,5\ \text{cm}^2$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240514:

(a) Für $e = 5$ und $k = 2$ gibt es genau eine Eintragung [diese Aussage wird vom Schüler nicht verlangt], die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt; es ist die Eintragung in Abbildung L 240514 a.

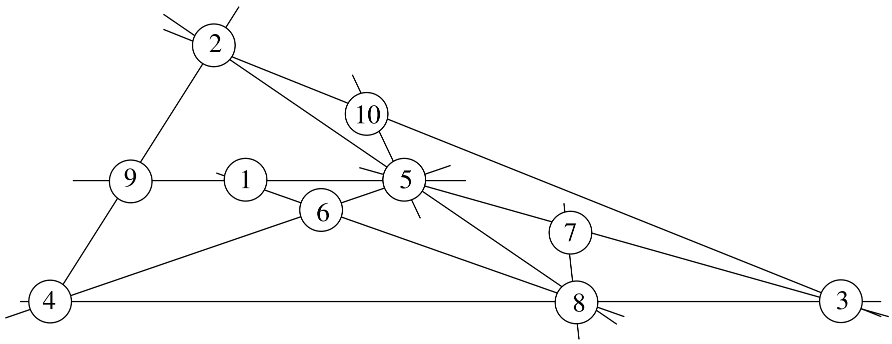


Abbildung L 240514 a

(b) Eine weitere Eintragung, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt, zeigt Abbildung L 240514 b.

Hinweis zur Korrektur: Man kann sogar beweisen, daß es keine weiteren solchen Eintragungen gibt. Wird ein solcher Beweis geführt (z.B. durch vollständiges Diskutieren aller Möglichkeiten für eine oder einige der Variablen und Schlußfolgerungen jeweils auf die anderen Variablen), so ist damit auch der in (c) geforderte Nachweis erbracht.

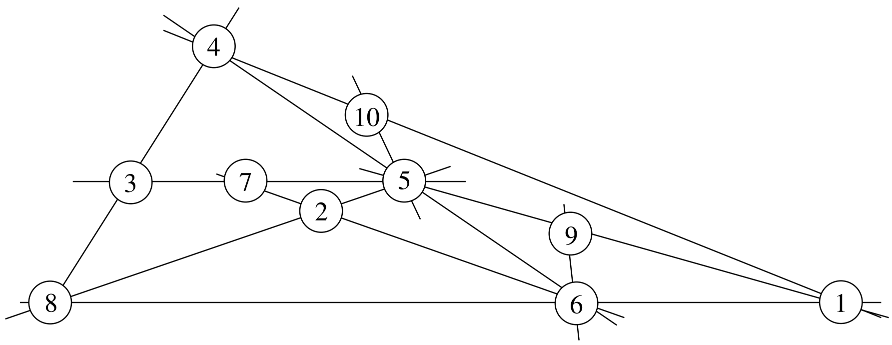


Abbildung L 240514 b

(c) Wäre eine Eintragung mit $e = 10$ möglich, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt, so folgte:

Wegen $a + f + e = b + e + k = c + d + e (= e + h + g) = 15$ müßte $a + f = b + k = c + d (= h + g) = 5$ sein, also wären die Zahlen a, f, b, k, e, d (, h, g) sämtlich kleiner als 5. Das ist unmöglich, da es unter den Zahlen von 1 bis 10 nur vier gibt, die kleiner als 5 sind. Also kann es keine Eintragung mit $e = 10$ geben, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission