



18. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1978/1979

Aufgaben und Lösungen





18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 180621:

- a) Die Multispektralkamera MKF-6 von Sojus-22 fotografierte bei jeder Aufnahme ein rechteckiges Gebiet von 115 km Breite und 165 km Länge.

Berechne den Flächeninhalt eines solchen Gebietes!

- b) Während der 83. Erdumkreisung am 20. September 1976 überflog Sojus 22 die DDR in Richtung von Eisenach nach Pasewalk. Auf einer Landkarte im Maßstab 1 : 700 000 hat die dabei überflogene Strecke eine Länge von 65 cm.

Wie lang ist diese Strecke in Wirklichkeit? (Angabe in km) (Rechnung ohne Berücksichtigung der Erdkrümmung)

Aufgabe 180622:

Ermittle alle zweistelligen Zahlen z , die die folgenden Bedingungen (1), (2) gleichzeitig erfüllen:

- (1) Die Einerziffer von z ist um 1 kleiner als die Zehnerziffer von z .
- (2) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, so erhält man eine zweistellige Primzahl.

Aufgabe 180623:

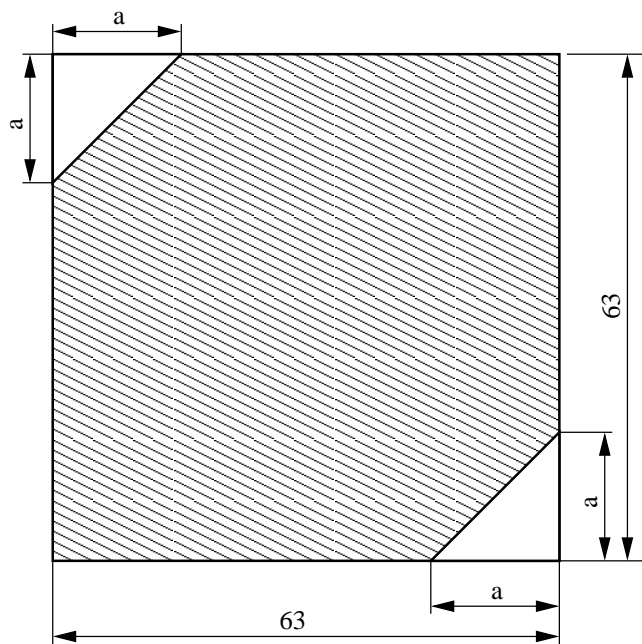
In einer Verkaufsstelle wird ein Artikel in drei verschiedenen Ausführungen angeboten, wobei die Ausführungen unterschiedlich im Preis sind.

Beate kauft von jeder Ausführung dieses Artikels ein Stück und bezahlt insgesamt 10,50 M. Hätte sie drei Stück von der billigsten Ausführung gekauft, dann hätte sie 0,75 M gespart. Hätte sie dagegen drei Stück von der teuersten Ausführung gekauft, dann hätte sie 0,75 M mehr bezahlen müssen.

Wieviel kostet jede der drei Ausführungen dieses Artikels?

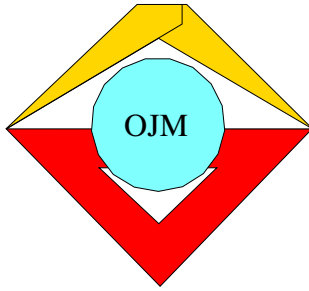


Aufgabe 180624:



Die abgebildete schraffierte Fläche ist 38 cm^2 groß. Sie ist aus einer quadratischen Fläche entstanden, von der zwei (gleichgroße) dreieckige Flächen abgeschnitten wurden.

Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist die Seitenlänge a der Dreiecke (in mm) zu berechnen.



18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 180621:

- a) Wegen $115 \cdot 165 = 18975$ beträgt der Flächeninhalt eines solchen Gebietes 18975 km^2 .
- b) Wegen $700000 \cdot 65 = 45500000$ ist die Strecke in Wirklichkeit $45500000 \text{ cm} = 455 \text{ km}$ lang.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180622:

Wenn z eine Zahl mit den geforderten Eigenschaften ist, so hat z nach (2) nicht 0 als Einerziffer, also ist die Einerziffer eine der Ziffern 1, ..., 9. Da nach (1) die Zehnerziffer um 1 größer ist, entfällt 9 als Einerziffer und es verbleiben wegen (1) für die zweistelligen Zahlen z nur die Möglichkeiten 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98.

Von ihnen entfallen 21, 43, 65 und 87, da aus ihnen bei Ziffernvertauschung je eine gerade zweistellige Zahl, also keine Primzahl, entsteht. Ferner entfällt die Zahl 54, aus der die durch 5 teilbare zweistellige Zahl 45 entsteht. Daher können nur die Zahlen 32, 76 und 98 alle Bedingungen der Aufgabe erfüllen.

Tatsächlich sind sie zweistellig und erfüllen (1), und sie erfüllen auch (2), da 23, 67 und 89 zweistellige Primzahlen sind. Die gesuchten Zahlen lauten folglich 32, 76 und 98.

Hinweis zur Korrektur: Ein Nachweis, daß 67 und 89 Primzahlen sind, wird vom Schüler nicht gefordert. Falls ein Schüler alle 21 zweistelligen systematisch untersucht, ob sie die genannten Bedingungen erfüllen, dann gilt das als Lösung.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180623:

Wegen $1050 - 75 = 975$ und $975 : 3 = 325$ kostet die billigste Ausführung des Artikels 3, 25 M.

Wegen $1050 + 75 = 1125$ und $1125 : 3 = 375$ kostet die teuerste Ausführung des Artikels 3, 75 M.

Wegen $1050 - 325 - 375 = 350$ kostet die dritte Sorte 3, 50 M.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180624:

Wegen $63^2 = 3969$ hat das abgebildete Quadrat den Flächeninhalt 3969 mm^2 . Wegen $38 \text{ cm}^2 = 3800 \text{ mm}^2$ und $3969 - 3800 = 169$ haben die beiden Dreieckflächen zusammen den Flächeninhalt 169 mm^2 .

Da die beiden Dreiecke gleich groß und rechtwinklig-gleichschenkelig sind, ergänzen sie sich zu einem Quadrat. Dieses Quadrat hat einen Flächeninhalt von 169 mm^2 und daher die Seitenlänge $a = 13 \text{ mm}$. Die Seitenlänge



a der genannten Dreiecke beträgt 13 mm.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission