14. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1974/1975

Aufgaben und Lösungen

14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

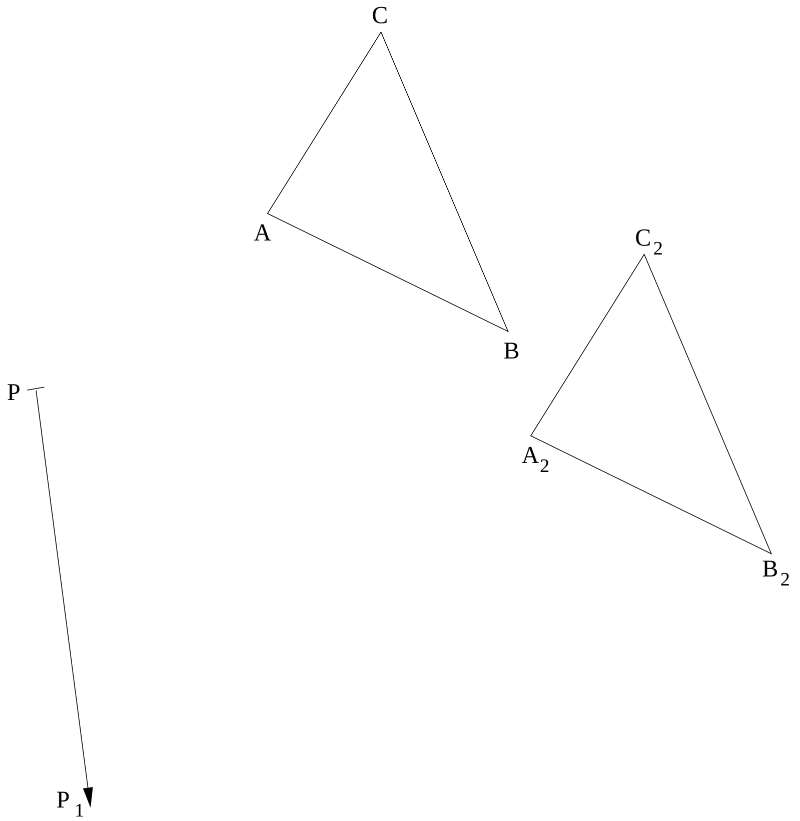
Aufgabe 140521:

Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet.

Das Dreieck $A_2B_2C_2$ ist dadurch entstanden, daß auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$, und dann eine zweite Verschiebung angewendet wurde.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck denjenigen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$, der diese zweite Verschiebung angibt!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 140522:

Anita und Peter sollten für ihre Gruppe aus dem Konsum 7 Flaschen Selterswasser holen. Sie hatten eine Geldsumme bei sich, die genau hierfür gereicht hätte. Sie konnten aber nur Brause bekommen, von der jede Flasche 15 Pfennige mehr kostete als eine Flasche Selterswasser. Für ihr gesamtes Geld erhielten sie nunmehr 4 Flaschen Brause.

Ermittle den Preis für eine Flasche Selterswasser und den Preis für eine Flasche Brause. Wieviel kosteten die 4 Flaschen Brause?

Aufgabe 140523:

Uwe fuhr mit einem Sonderzug ins Ferienlager. Als der Zug genau die Hälfte seiner Reisestrecke zurückgelegt hatte, schlief Uwe ein und erwachte erst, als der Zug noch eine Strecke von genau 25 km bis zum Reiseziel zurückzulegen hatte. Diese Strecke war halb so lang wie die Strecke, die der Zug zurückgelegt hatte, während Uwe schlief.

Wieviel Kilometer betrug Uwes Reisestrecke?

Aufgabe 140524:

Schülerinnen und Schüler einer Klasse 5 trugen ein 14tägiges Schachturnier aus. Dabei wurden an jedem der 14 Tage genau 6 Spiele ausgetragen. Die Anzahl der teilnehmenden Jungen war größer als die der teilnehmenden Mädchen. Jedes Mädchen spielte gegen jedes andere Mädchen und jeder Junge gegen jeden anderen Jungen genau zweimal. Keines der Mädchen spielte gegen einen Jungen.

Ermittle die Anzahl der Mädchen und die der Jungen, die an diesem Turnier teilnahmen!

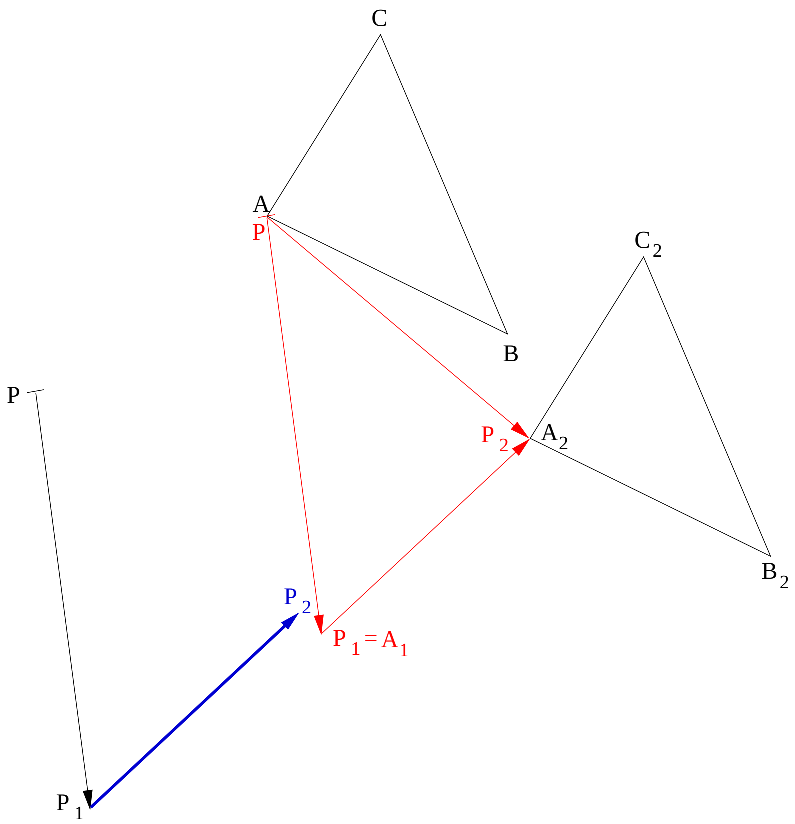
14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 140521:

Wenn A_1 aus A nach Verschiebung gemäß $\overrightarrow{PP_1}$ und anschließend A_2 aus A_1 nach Verschiebung gemäß $\overrightarrow{P_1P_2}$ entsteht, so kann man A_2 auch direkt aus A gemäß einer Verschiebung $\overrightarrow{PP_2}$ erhalten.

Wenn nun der Verschiebungspfeil in A angetragen wird, so daß P auf A zu liegen kommt, dann entspricht der Punkt P_1 dem Bildpunkt A_1. Die Verschiebung, die nun nötig ist, um A_1 nach A_2 zu verschieben, ist der gesuchte Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$, der als Kopie der Strecke $\overline{A_1A_2}$ am originalen Punkt P_1 angetragen wird.



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140522:

Wenn eine Seltersflasche s Pfennige und eine Flasche Brause b Pfennige kostet, haben Anita und Peter genau $7 \cdot s$ Pfennige bei sich. Da jede Brause 15 Pfennige mehr als eine Flasche Selterswasser kostete, kann man auch schreiben: $b = s + 15$. Das Geld hat für genau 4 Flaschen Brause gereicht. Folglich gilt außerdem: $7s = 4b$.

Setzt man die beiden letzten Gleichungen ineinander ein, erhält man $7s = 4 \cdot (s + 15) = 4s + 60$. Damit ergibt sich $3s = 60$ und folglich, daß jede Flasche Selterswasser 20 Pfennige gekostet hat. Damit erhält man den Preis jeder Brauseflasche mit $20 + 15 = 35$ Pfennigen. Die Kinder haben also für 4 Flaschen Brause $4 \cdot 35 = 140$ Pfennige bezahlt. Diese Summe reicht auch für genau 7 Seltersflaschen: $7 \cdot 20 = 140$ Pfennige.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140523:

Die Gesamtstrecke werde mit x bezeichnet. Uwe verschlief also eine Strecke von $y = \frac{x}{2} - 25$ Kilometern. Da diese 25 km bis zum Ziel eine Strecke war, die halb so groß wie y war, gilt:

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot 25 \\ \frac{x}{2} - 25 &= 50 \\ x - 50 &= 100 \\ x &= 150. \end{aligned}$$

Der Weg mit dem Zug ins Ferienlager war also für Uwe 150 km lang.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140524:

Es nahmen m Mädchen und j Jungen an dem Turnier teil, wobei $j > m$ galt. Insgesamt wurden $6 \cdot 14 = 84$ Spiele ausgetragen. Wenn jedes Mädchen gegen jedes andere Mädchen genau 2 Spiele austrug (analoges für die Jungen), fanden $m \cdot (m - 1)$ Spiele der Mädchen und $j \cdot (j - 1)$ Spiele der Jungen statt. Es gilt also:

$$m \cdot (m - 1) + j \cdot (j - 1) = 84.$$

Es kann nur folgende Spielanzahlen der Mädchen bzw. Jungen untereinander gegeben haben:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 &= 2, \\ 2 \cdot 3 &= 6, \\ 3 \cdot 4 &= 12, \\ 4 \cdot 5 &= 20, \\ 5 \cdot 6 &= 30, \\ 6 \cdot 7 &= 42, \\ 7 \cdot 8 &= 56, \\ 8 \cdot 9 &= 72. \end{aligned}$$

Der nächstgrößere Fall übersteigt die Gesamtzahl aller Spiele. Eine Summe aus 2 dieser Werte muß die Gesamtzahl der Spiele ergeben.

Wie man leicht nachprüfen kann, ergeben nur die Paare (12, 72), (42, 42), (72, 12) aufsummiert jeweils 84. Dies entspricht den Fällen:

1) 4 Mädchen, 9 Jungen,

2) 7 Mädchen, 7 Jungen,

3) 9 Mädchen, 4 Jungen,

Da aber mehr Jungen als Mädchen an dem Turnier teilgenommen haben, müssen dies als einzige Lösung 4 Mädchen und 9 Jungen gewesen sein.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel