10. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1970/1971

Aufgaben und Lösungen

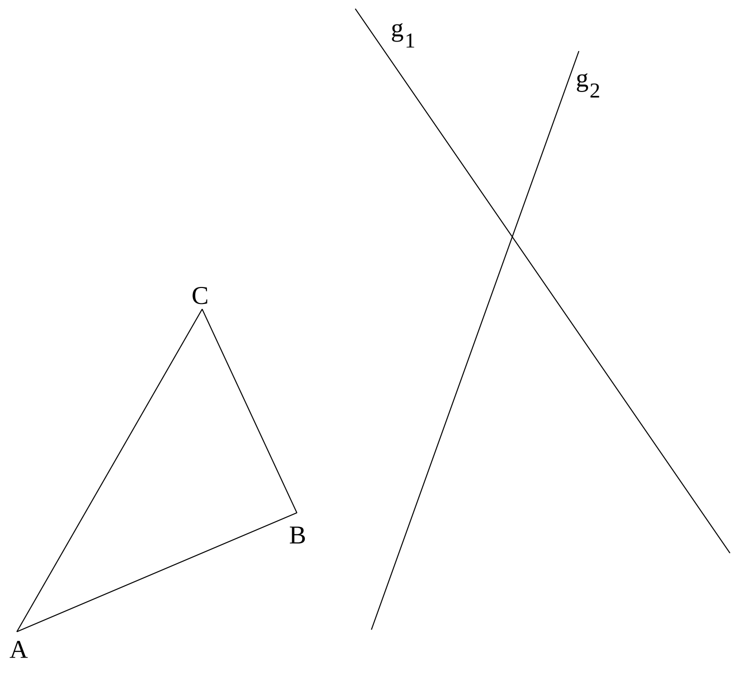
10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100621:

Die Abbildung zeigt ein Dreieck ΔABC und zwei Geraden g_1 und g_2. Das Dreieck ΔABC soll nacheinander an den Geraden g_1 und g_2 gespiegelt werden.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dabei entstehende Dreieck $\Delta A_2B_2C_2$! (Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)



Aufgabe 100622:

Die sowjetischen Raumschiffe Sojus 6, Sojus 7 und Sojus 8 umkreisten im Gruppenflug die Erde. Dabei brauchte die Gruppe der drei Raumschiffe für jede Umkreisung durchschnittlich 88 Minuten und legte in dieser Zeit rund 41 000 km zurück.

Berechne die Länge des Weges, den die Raumschiffgruppe während ihres Fluges durchschnittlich

a) in jeder Stunde,

b) in jeder Sekunde zurücklegte!

Bei der Aufgabe a) soll die Angabe in Kilometern erfolgen und auf volle Tausend Kilometer gerundet werden, bei Aufgabe b) soll die Angabe in Metern erfolgen und auf volle Hundert Meter gerundet werden.

Aufgabe 100623:

In der fünfstelligen Zahl

$$5\ 2\ *\ 2\ *$$

sind an den mit * bezeichneten Stellen zwei (gleiche oder verschiedene) Ziffern so einzusetzen, daß die dadurch entstehende Zahl durch 36 teilbar ist.

Gib alle Möglichkeiten hierfür an!

(*Beachte:* Eine Zahl ist genau dann durch 36 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 9 teilbar ist.)

Aufgabe 100624:

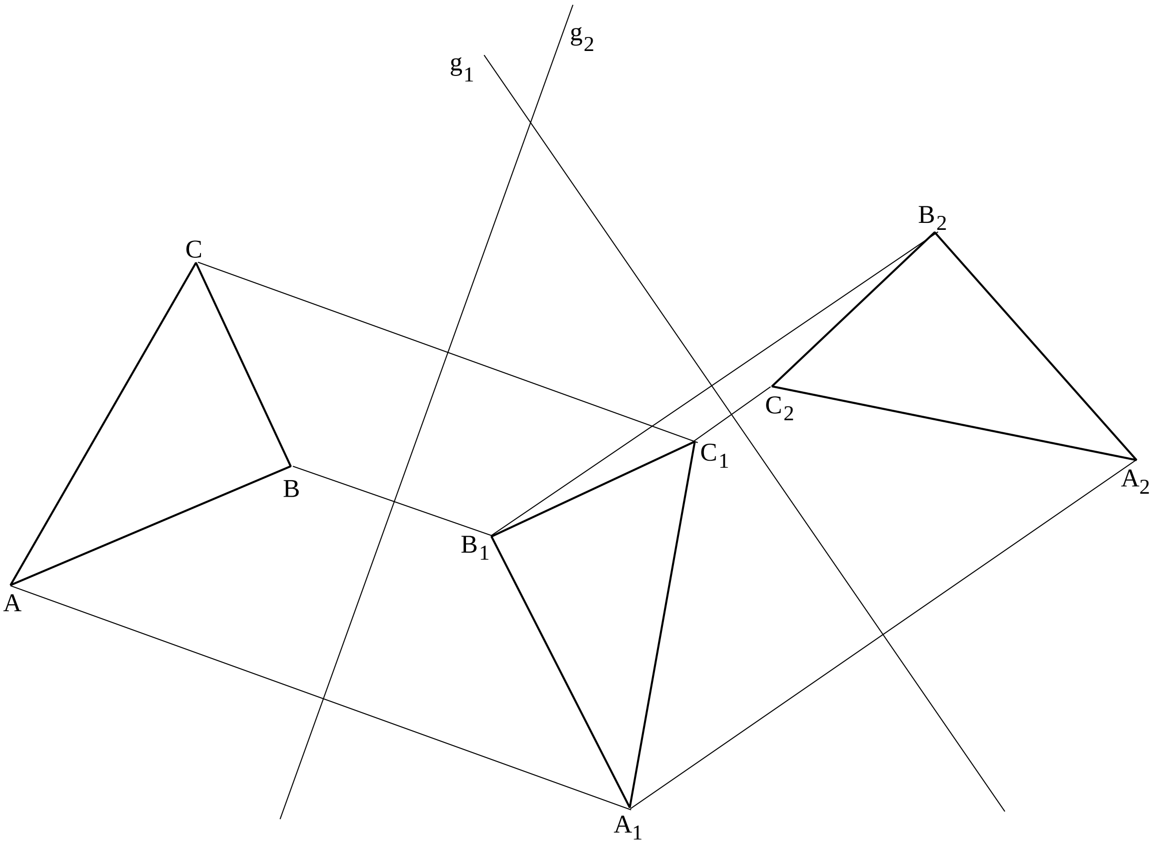
Die Fläche des Rechtecks $ABCD$ mit den Seitenlängen $a = 16$ cm, $b = 9$ cm ist so in fünf Rechtecksflächen zu zerlegen, daß sich diese zu einer Quadratfläche zusammensetzen lassen, wobei sämtliche Teilrechtecke verwendet werden sollen und die gesamte Fläche des Quadrats lückenlos und ohne Überlappungen von den Flächen dieser Teilrechtecke ausgefüllt werden soll.

Gib eine Möglichkeit hierfür an!

10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 100621:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100622:

a) Da die Raumschiffgruppe in 88 Minuten durchschnittlich 41 000 km zurücklegte, legte sie in jeder Minute wegen $41\,000 : 88 \approx 466$ rund 466 km, in 60 Minuten also rund $60 \cdot 466$ km*, das sind rund 28 000 km*) zurück.

*) *Anmerkung:* Eigentlich müßte an diesen Stellen mit Hilfe einer Fehlerrechnung bewiesen werden, daß die Rundung richtig ist. Dieser an sich erforderliche Nachweis wird aber vom Schüler nicht verlangt.

b) Da die Raumschiffgruppe in jeder Minute 466 km = 466 000 m zurücklegte, legte sie in jeder Sekunde den 60. Teil davon, also wegen 466 000 : 60 = 7 767 rund 7 800 m*) zurück.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100623:

(1) Ist nach Ergänzung der beiden fehlenden Ziffern eine durch 36 teilbare Zahl entstanden, so ist diese sowohl durch 4 als auch durch 9 teilbar.

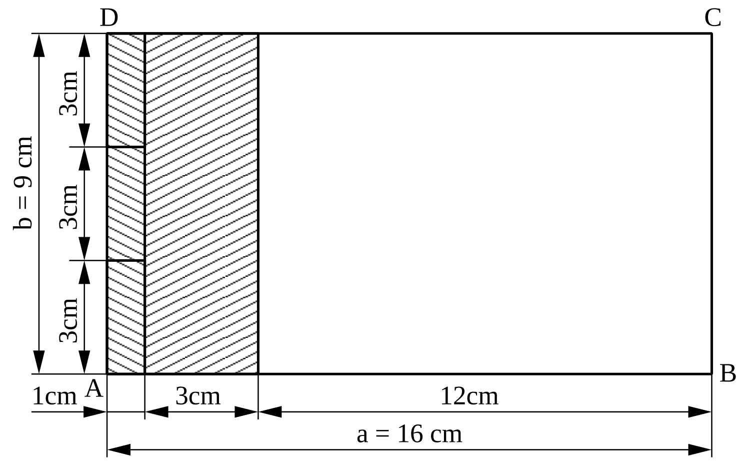
(2) Ist eine mehrstellige Zahl durch 4 teilbar, so stellen ihre letzten beiden Ziffern (in gleicher Reihenfolge) ebenfalls eine durch 4 teilbare Zahl dar. Daher kam als Einerziffer nur 0; 4 oder 8 eingesetzt werden.

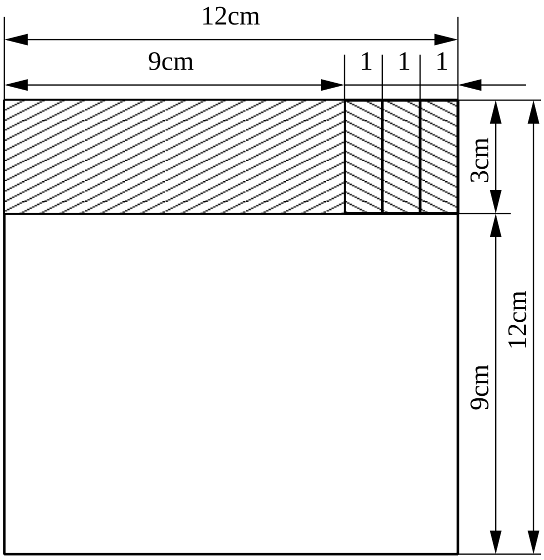
(3) Ist eine Zahl durch 9 teilbar, so ist es auch ihre Quersumme. Nun beträgt die Summe der drei gegebenen Ziffern 9. Lautet daher die Einerziffer $\left.\begin{matrix}0\\4\\8\end{matrix}\right\}$ so kann die Hunderterziffer nur $\left\{\begin{matrix}0 \text{ oder } 9\\5\\1\end{matrix}\right\}$ sein.

Also können nur die Zahlen 52 020; 52 920; 52 524; 52 128 die Bedingungen der Aufgabe erfüllen. Die Probe zeigt, daß sie dies auch sämtlich tun.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100624:





(Das Rechteck $ABCD$ hat laut Aufgabe einen Flächeninhalt von $9\,\mathrm{cm} \cdot 16\,\mathrm{cm} = 144\,\mathrm{cm}^2$. Da das Quadrat den gleichen Flächeninhalt haben muß, und da 12 die einzige natürliche Zahl ist, deren Quadratzahl 144 beträgt, so muß seine Seite 12 cm lang sein.)

Anmerkung: Da laut Aufgabe nur die Angabe einer Möglichkeit gefordert war, sind derartige Überlegungen für eine vollständige Lösung nicht erforderlich. Eine mögliche Zerlegung ist die in der Abb. dargestellte.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Quellenverzeichnis

(13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.