10. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1970/1971

Aufgaben und Lösungen

10. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

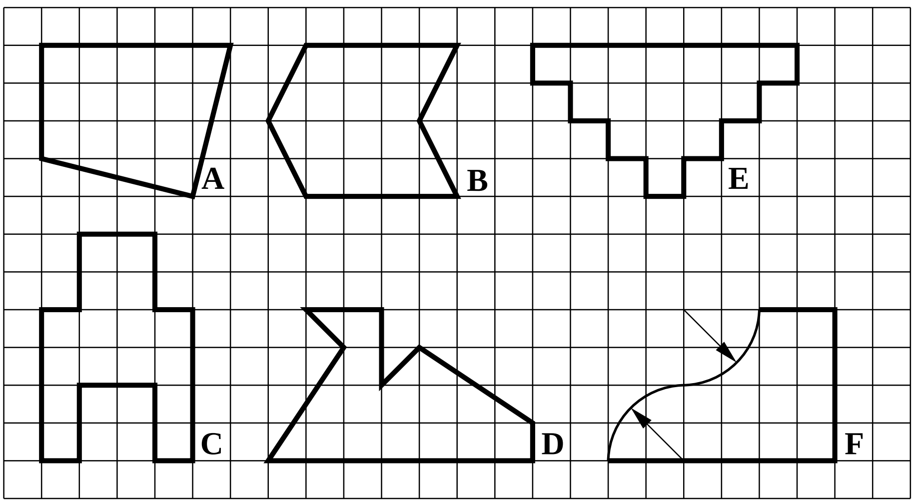
Aufgabe 100611:

Eine LPG hatte auf zwei Feldern Kartoffeln angebaut. Vom ersten Feld wurden insgesamt 810 t, vom zweiten insgesamt 640 t Kartoffeln geerntet. Auf dem ersten Feld wurde ein Durchschnittsertrag von 180 dt je ha, auf dem zweiten von 200 dt je ha erzielt.

Welches von den beiden Feldern hat den größeren Flächeninhalt? Um wieviel Ar unterscheiden sich die beiden Flächen?

Aufgabe 100612:

Untersuche, welche der in der Abbildung dargestellten Figuren A bis F sich auf wenigstens eine Weise durch einen einzigen geraden Schnitt so in zwei Teilflächen zerlegen läßt, daß sich diese beiden zur gleichen Figur gehörenden Teilflächen jeweils zu einer Quadratfläche zusammensetzen lassen!



Als Lösung genügt in den Fällen, in denen eine Zerlegung der genannten Art möglich ist, je eine entsprechende Zeichnung oder die jeweils zum Quadrat zusammengesetzten aufgeklebten Teilflächen. In den Fällen dagegen, in denen eine Zerlegung und Zusammensetzung der genannten Art nicht möglich ist, genügt als Lösung eine entsprechende Angabe (ohne Begründung).

Aufgabe 100613:

Es seien a, b, c, d, e, f, g, h sämtlich paarweise untereinander verschiedene einstellige natürliche Zahlen ungleich Null, und es gelte:

$$a + b = 10, \qquad c + d + e = 16, \qquad f + g + h = 14.$$

Welche einstellige natürliche Zahl (ungleich Null) wurde in diesen drei Aufgaben nicht verwendet? Gib für a, b, c, d, e, f, g, h eine mögliche Lösung an!

Aufgabe 100614:

An 15 Teilnehmer am Wettbewerb der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" wurden insgesamt 25 Antwortkarten "sehr gut gelöst" von der Redaktion geschickt, und zwar erhielt jeder dieser Teilnehmer mindestens eine solche Antwortkarte.

Außerdem ist über diese 15 Teilnehmer bekannt, daß mindestens ein Teilnehmer genau 2 Antwortkarten, mindestens ein Teilnehmer genau 3 Antwortkarten, mindestens ein Teilnehmer genau 4 Antwortkarten und mindestens ein Teilnehmer genau 5 Antwortkarten erhielt. An einige der 15 Teilnehmer wurde je genau eine Antwortkarte geschickt.

Ermittle die Anzahl dieser Teilnehmer!

10. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 100611:

Vom ersten Feld wurden an Kartoffeln 810 t = 8 100 dt geerntet. Da der Durchschnittsertrag 180 dt je ha betrug, erhalten wir für dieses Feld wegen 8 100 : 180 = 45 einen Flächeninhalt von 45 ha.

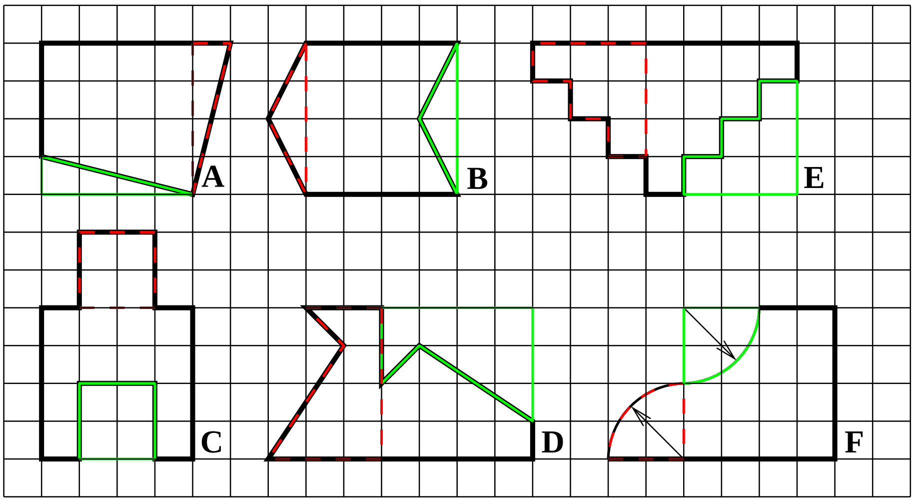
Vom zweiten Feld wurden an Kartoffeln 640 t = 6 400 dt geerntet. Da der Durchschnittsertrag hier 200 dt je ha betrug, erhalten wir für das zweite Feld wegen 6 400 : 200 = 32 einen Flächeninhalt von 32 ha.

Also ist das erste Feld größer als das zweite. Die Differenz der Flächeninhalte beträgt 13 ha, das sind 1 300 a.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100612:

Sämtliche Figuren lassen sich der Aufgabe gemäß zerlegen:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100613:

Es gibt genau 9 einstellige natürliche Zahlen ungleich Null, nämlich 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Die Summe aller dieser 9 Zahlen beträgt

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

Von ihnen wurden laut Aufgabe genau 8 verwendet.

Aus den gegebenen Gleichungen erhält man durch Addition:

$$a + b + c + d + e + f + g + h = 10 + 16 + 14 = 40.$$

Also wurde die 5 nicht verwendet.

Eine mögliche Lösung ist z.B.:

$$a = 1, \quad b = 9, \quad c = 2, \quad d = 8, \quad e = 6, \quad f = 3, \quad g = 7, \quad h = 4.$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 100614:

Laut Aufgabe gibt es unter den 15 Teilnehmern mindestens 4, für die folgendes zutrifft:

der erste von ihnen erhielt genau 2 Antwortkarten,

der zweite von ihnen erhielt genau 3 Antwortkarten,

der dritte von ihnen erhielt genau 4 Antwortkarten und

der vierte von ihnen erhielt genau 5 Antwortkarten.

Diese 4 Teilnehmer erhielten folglich zusammen genau 14 Antwortkarten. Da von den restlichen 11 Teilnehmern jeder mindestens eine Antwortkarte erhielt, sind damit schon sämtliche 25 Antwortkarten verteilt. Keiner dieser 11 Teilnehmer kann daher mehr als eine Antwortkarte erhalten haben.

Unter den 15 erwähnten Teilnehmern gibt es mithin genau 11 mit je genau einer Antwortkarte.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Quellenverzeichnis

(13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.