



6. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1966/1967

Aufgaben und Lösungen

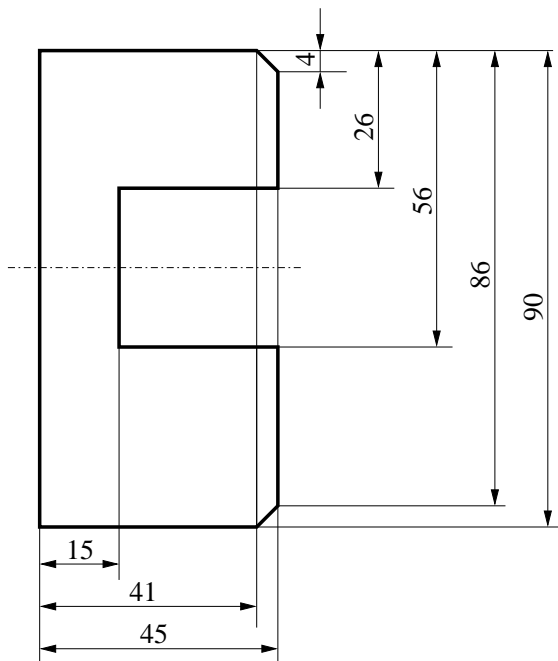




6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 060611:



Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur! Runde das Ergebnis auf volle Quadratzentimeter! (Die Maßeinheit aller angegebenen Maßzahlen ist Millimeter.)

Aufgabe 060612:

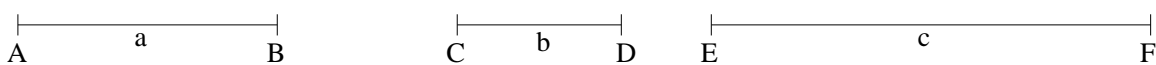
Zu Beginn des Schuljahres kaufte Heinz zwei verschiedene Sorten von Heften, die eine kostet 8 Pf, die andere 15 Pf pro Stück. Er zahlte für 12 Hefte zusammen 1,31 MDN.

Wieviel Hefte kaufte er von jeder Sorte?

Aufgabe 060613:

Gegeben sind drei Strecken mit den Längen a , b und c (siehe Abbildung).

Konstruiere eine Strecke mit der Länge $2 \cdot (a + 3b - 2c)$!



Anmerkung: Bei der Konstruktion darf die Maßeinteilung des Lineals nicht benutzt werden. Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 060614:

In einem Haus wohnen genau die Mietsparteien Albrecht, Becker, Conrad, Dietrich, Ermiler, Fritsche, Geißler, Hamann, Ilgner, Keies, Lorenz, Männig, Nolte, Oswald, Richter und Pätzold. Im Erdgeschoß und in jeder Etage wohnen genau zwei Mietsparteien, außerdem ist folgendes bekannt:

Albrechts wohnen zwei Stockwerke tiefer als Beckers.

Beckers wohnen sechs Stockwerke höher als Conrads.

Familie Fritsche wohnt neben Familie Geißler.

Familie Männig wohnt vier Stockwerke höher als Familie Nolte und zwei Stockwerke tiefer als Familie Fritsche.

Ein Stockwerk über Familie Nolte wohnt Familie Oswald.

Familie Albrecht wohnt drei Etagen über Familie Richter,
und Familie Pätzold wohnt fünf Stockwerke unter Familie Geißler.

- a) Wieviel Stockwerke hat das Haus?
- b) In welchem Stockwerk wohnt Familie Albrecht?



6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 060611:

Die Fläche kann man sich als Rechteck mit zwei abgeschnittenen Dreiecksflächen sowie einem ausgeschnittenen kleinen Rechteck vorstellen. Entsprechend gilt die folgende Gleichung (Angaben in Zentimetern):

$$\begin{aligned} A &= 4,5 \cdot 9 - 2 \cdot \frac{0,4 \cdot 0,4}{2} - 3 \cdot 3 \\ &= 40,5 - 0,16 - 9 \\ &= 31,34 \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt der abgebildeten Figur beträgt rund 31 cm^2 .

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060612:

Diese Aufgabe kann man durch systematisches Probieren oder mittels des folgenden Gleichungssystems lösen, dabei seien a die Anzahl der gekauften Hefte zu 8 Pf und b die Anzahl der gekauften Hefte zu 15 Pf:

$$a \cdot 8 + b \cdot 15 = 131 \quad (1)$$

$$a + b = 12 \quad (2)$$

Setzt man nun (2) in (1) ein, ergibt sich:

$$8 \cdot (12 - b) + 15b = 131$$

$$96 - 8b + 15b = 131$$

$$7b = 35$$

$$b = 5$$

$$a = 7$$

Heinz kauft 7 Hefte zu 8 Pf und 5 Hefte zu 15 Pf und gibt dabei für die $5 + 7 = 12$ Hefte $7 \cdot 8 + 5 \cdot 15 = 56 + 75 = 131$ Pfennig bzw. 1,31 MDN aus.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060613:

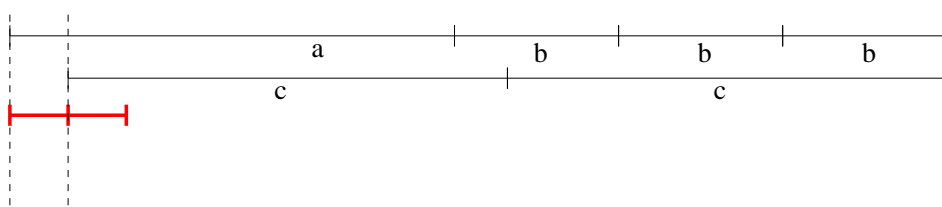
Es wird zunächst eine Gerade gezeichnet und die Strecke AB darauf abgetragen. An B wird die Strecke CD abgetragen, am Endpunkt noch einmal dieselbe Strecke CD und schließlich noch einmal.

Nun muß die Strecke EF zweimal am Endpunkt in entgegengesetzter Richtung, also in Richtung Anfangspunkt abgetragen werden. Die entstehende Strecke zwischen altem Anfangs- und neuem Endpunkt hat eine



Länge von $a + 3b - 2c$.

Die nun vorhandene Strecke muß noch verdoppelt werden. Die dann entstandene Strecke hat die gesuchte Länge (in der Abbildung rot dargestellt).



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060614:

Die Mietsparteien werden durch den jeweils ersten Buchstaben ihrer Namen dargestellt.

- a) Es handelt sich um 16 Parteien, die jeweils zu zwei Parteien eine Etage bewohnen. Daher hat das Haus neben dem Erdgeschoß noch 7 Stockwerke.
- b) Es gelten die folgenden Beziehungen:

- (1) $a + 2 = b$
- (2) $c + 6 = b$
- (3) $f = g$
- (4) $n + 4 = m$
- (5) $m + 2 = f$
- (6) $n + 1 = o$
- (7) $r + 3 = a$
- (8) $p + 5 = g$

Aus den Gleichungen (1), (2), (7) entsteht die folgende 1. und aus den Gleichungen (3), (4), (5), (6) die 2. und aus (8) die 3. Zeile:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 c + 6 & = & r + 5 & = & ? + 4 & = & ? + 3 & = & a + 2 & = & ? + 1 & = & b \\
 n + 6 & = & o + 5 & = & ? + 4 & = & ? + 3 & = & m + 2 & = & ? + 1 & = & f = g \\
 & & p + 5 & & & & & & & & & & = g
 \end{array}$$

Aus der 2. und 3. Zeile folgt, daß o und p auf derselben Etage wohnen. Es gibt ferner nur die Möglichkeiten, daß c oder n oder (c und n) im Erdgeschoß oder (c und n) im 1. Stock wohnen.

Sind c und n Etagennachbarn, würden auch r , o und p Etagennachbarn sein. Dies widerspricht der Aussage, daß es genau 2 Parteien pro Etage gibt.

Wenn n im Erdgeschoß wohnt, dann sind o , p und c Bewohner des 1. Stockes. Dies ist ebenfalls ein Widerspruch, also muß c im Erdgeschoß wohnen. Folglich wohnt a im 4. Stock.

Familie Albrecht wohnt im 4. Stock.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel