



**5. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 5**  
**Saison 1965/1966**

Aufgaben und Lösungen





5. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 5  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 050511:

In drei Abteilen eines Eisenbahnwagens befinden sich 90 Fahrgäste. Würden aus dem ersten Abteil 12 Fahrgäste in das zweite und aus dem zweiten 9 Fahrgäste in das dritte umsteigen, dann wären in allen drei Abteilen gleich viel Personen.

Wieviel Fahrgäste waren ursprünglich in den einzelnen Abteilen?

Aufgabe 050512:

Gegeben:

$$\begin{aligned} 1 & 2 & & = & 3 \\ 1 & 2 & 3 & & = & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & & = & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & = & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & & = & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & = & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & & = & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & = & 10 \end{aligned}$$

Setze auf der linken Seite Rechenzeichen derart, daß wahre Aussagen in Form von Gleichungen entstehen. (Nebeneinanderstehende Ziffern dürfen als eine Zahl betrachtet, doch die Reihenfolge darf nicht geändert werden. Du darfst auch Klammern verwenden. Zu jeder Aufgabe genügt eine Lösung.)

Aufgabe 050513:

Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck! Zeichne in das Sechseck alle möglichen Diagonalen ein! Wieviel Diagonalen findest Du? Zähle sie auf, indem du sie benennst (z.B.  $AB$ , ...)!

Aufgabe 050514:

Gerd, Fred, Heinz und Werner befinden sich auf dem Weg zur Schule. Fred ist noch dreimal so weit entfernt von der Schule wie Gerd. Heinz hat bis zur Schule noch den vierfachen Weg von Gerd zurückzulegen. Werner muß noch 2,4 km bis zur Schule laufen; das ist die doppelte Länge von Freds Weg.

- Welche Strecken müssen die einzelnen Schüler noch zurücklegen, bis sie die Schule erreicht haben?
- Wieviel Minuten vergehen, bis alle Schüler in der Schule angekommen sind, wenn jeder Schüler für je 100 m genau 90 sec braucht?



5. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 5  
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 050511:

Bei 90 Fahrgästen sind dies 30 pro Abteil, wenn alle 3 Abteile gleich stark besetzt sind (nach dem Umsteigen). Um diese gleiche Besetzung zu erreichen, mußten 12 Leute in den 2. Waggon umsteigen. Das bedeutet, daß dort ursprünglich  $12 + 30 = 42$  Leute waren.

In das 2. Abteil mußten 12 Leute ein- und 9 wieder aussteigen, d.h. es sind zum Zeitpunkt der gleichen Besetzung 3 Personen mehr als ursprünglich im 2. Abteil vorhanden. Da danach 30 Leute darin waren, müssen es vorher  $30 - 3 = 27$  gewesen sein.

Nun bleibt noch übrig, die Anzahl der Personen des 3. Abteils zu bestimmen: Von 90 Fahrgästen befinden sich 42 im ersten und 27 im 2. Abteil, es bleiben  $90 - 42 - 27 = 21$  Personen.

*Probe:* Wenn aus dem 1. Abteil 12 Leute aussteigen, sind danach 30 Personen darin. Wenn diese 12 Personen ins 2. Abteil umsteigen, in dem sich 27 Personen befinden, so sind danach 39 Leute darin. Wenn davon 9 Leute aussteigen, befinden sich im 2. Abteil 30 Fahrgäste. Diese 9 ausgestiegenen Personen steigen ins 3. Abteil mit 21 Personen ein, und folglich befinden sich danach dort auch 30 Personen.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 050512:

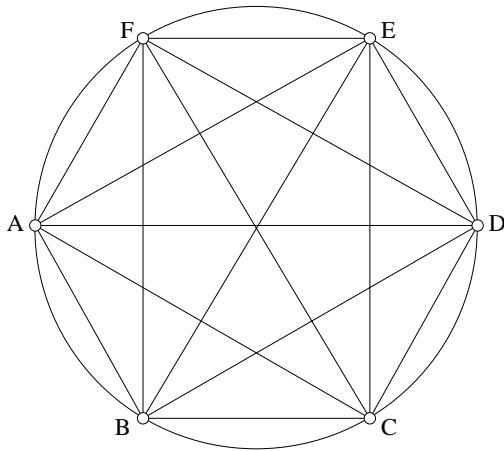
Mögliche Lösungen können wie folgt aussehen:

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 3 \\ 12 : 3 &= 4 \\ 12 - 3 - 4 &= 5 \\ 1 + 2 \cdot 3 + 4 - 5 &= 6 \\ 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 &= 7 \\ 1 - 2 - 3 + 4 - 5 + 6 + 7 &= 8 \\ 1 \cdot 2 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 8 &= 9 \\ 1 \cdot 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 &= 10 \end{aligned}$$

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*



Lösung 050513:



Jeder der 6 Eckpunkte hat Verbindungen zu jedem der anderen 5 Eckpunkte, allerdings zählen die Verbindungen benachbarter Punkte nicht als Diagonalen, d.h. es muß jeder der 6 Punkte mit den jeweils 3 nicht benachbarten gegenüberliegenden Punkten verbunden werden. Dies sind zusammen 18 Diagonalen. Dabei muß aber berücksichtigt werden, daß bei dieser Zählweise jede Diagonale zweimal erscheint - als Diagonale bspw. von  $A$  nach  $B$  und von  $B$  nach  $A$ . Das heißt also, daß die Anzahl dieser 18 Diagonalen noch halbiert werden muß. Es handelt sich also um 9 Diagonalen eines Sechsecks:

$AC, AD, AE, BD, BE, BF, CE, CF, DF$

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 050514:

- a) Die Schüler seien durch den ersten Buchstaben ihres Vornamens gekennzeichnet.

Dann gilt:

$$f = 3g \tag{1}$$

$$h = 4g \tag{2}$$

$$w = 2,4km \tag{3}$$

$$w = 2f \tag{4}$$

Aus (3) und (4) ergibt sich für Freds Weg 1,2km. Daraus ergibt sich mit (1) für Gerd ein Restweg von 400m und mit (2) ein Weg für Heinz von 1,6km.

- b) Gerd braucht für 400m:  $4 \cdot 90s = 360s = 6min$ .  
Fred braucht für 1,2km:  $12 \cdot 90s = 1080s = 18min$ .  
Heinz braucht für 1,6km:  $16 \cdot 90s = 1440s = 24min$ .  
Werner braucht für 2,4km:  $24 \cdot 90s = 2160s = 36min$ .

Damit vergehen noch 36 min, bis alle Schüler in der Klasse sind. (Die Aufzählung der einzelnen Zeiten ist nicht zwingend notwendig!)

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*