4. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1964/1965

Aufgaben und Lösungen

4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 040611:

In 2 Minuten greifen und befördern 3 Bagger 108 m^3 Erde. Ein Erdarbeiter kann an einem achtstündigen Arbeitstag 5 m^3 Erde ausheben.

Verschaffe dir eine Vorstellung von der Leistungsfähigkeit eines solchen Baggers, indem du ausrechnest, wieviel Erdarbeiter erforderlich wären, um einen Bagger zu ersetzen!

Aufgabe 040612:

J	U	N	G	E	W
U	N	G	E	W	E
N	G	E	W	E	L
G	E	W	E	L	T

Auf wieviel verschiedene Weisen kann man in der nebenstehenden Tabelle die Wörter ”Junge Welt” lesen, ohne dabei Zeilen oder Spalten zu überspringen?

Aufgabe 040613:

Eine 6. Klasse stellte verschiedenartige Pappdreiecke her. Die Schüler wollten diese Dreiecke im Mathematischen Kabinett ihrer Schule in einem Schränkchen aufbewahren, das neun Fächer enthielt. Jeweils drei Fächer hatten die Schüler für die gleichseitigen Dreiecke, für die nur gleichschenkligen Dreiecke (d.h. für die nicht gleichseitigen) und für die ungleichschenkligen Dreiecke vorgesehen. Innerhalb dieser Gruppen sollten die Figuren nämlich noch in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige Dreiecke unterteilt werden.

Überprüfe, ob die Anzahl der Fächer richtig gewählt war!

Aufgabe 040614:

Zerlege die Zahl 390 in drei Summanden, von denen der zweite dreimal so groß wie der erste und der dritte $2\frac{1}{2}$ mal so groß wie der erste ist!

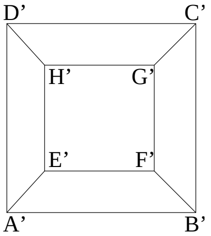
Aufgabe 040615:

Es ist die kleinste natürliche Zahl zu finden, die beim Dividieren

durch 2 den Rest 1,
durch 3 den Rest 2,
durch 4 den Rest 3,
durch 5 den Rest 4 und
durch 6 den Rest 5

aufweist.

Aufgabe 040616:



Die abgebildete Figur ist der Grundriß eines ebenflächig begrenzten Körpers. Die Bilder seiner Eckpunkte A, B, C, D, E, F, G, H sind mit A', B', C', D', E', F', G', H' bezeichnet. Das Quadrat $ABCD$ liegt auf der Grundrißebene; das Quadrat $EFGH$ liegt parallel zur Grundrißebene im Abstand von 4 cm. Die Seite AB ist 5 cm, die Seite EF 3 cm lang.

Um welchen Körper handelt es sich? Baue ein Modell dieses Körpers! Das Material kannst du selbst wählen.

4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 040611:

Es wären 1 728 Erdarbeiter erforderlich.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040612:

Man kann die Wörter „Junge Welt“ ohne Überspringen genau 56 mal lesen.

Bemerkung für den Lehrer (wird nicht von Schülern der Klasse 6 verlangt): Von jedem Buchstaben, der nicht in der letzten Zeile oder in der letzten Spalte steht, kann man entweder zum rechts daneben stehenden Buchstaben (Schritt a) oder zum darunter stehenden Buchstaben (Schritt b) weitergehen. Jeder Möglichkeit, das Wort „Junge Welt“ in der angegebenen Weise zu lesen, ist also eine Folge von Schritten zugeordnet.
z.B. ist a a b a b a b a
der Folge

$$\begin{tikzcd}
J \arrow[r, dash, "a"] & U \arrow[r, dash, "a"] & N \arrow[d, dash, "b"] & & & \\
& & G \arrow[r, dash, "a"] & E \arrow[d, dash, "b"] & & \\
& & & W \arrow[r, dash, "a"] & E \arrow[d, dash, "b"] & \\
& & & & L \arrow[r, dash, "a"] & T
\end{tikzcd}$$

zugeordnet. Die Aufgabe besteht nun in der Berechnung der Anzahl der verschiedenen Anordnungen von 5 Buchstaben a und 3 Buchstaben b.
Diese ist $\frac{(5+3)!}{5! \cdot 3!} = 56$.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040613:

Da es keine rechtwinkligen oder stumpfwinkligen Dreiecke gibt, die gleichseitig sind, bleiben 2 Fächer unbenutzt. Die Anzahl der Fächer hätte also 7 betragen müssen.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040614:

Der erste Summand ist doppelt so groß wie seine Hälfte, der zweite 6 mal und der dritte 5 mal so groß wie diese Hälfte. Insgesamt besteht die Summe 390 also aus 13 Summanden, von denen jeder halb so groß wie der gesuchte erste Summand ist. Auf diese Weise findet man die drei Summanden 60, 180 und 150.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040615:

Man untersucht die Folge der natürlichen Zahlen, die bei Division durch 6 den Rest 5 lassen, also 5, 11, 17, ...

Dann streicht man von diesen die Zahlen, die bei Division durch 5 nicht den Rest 4 lassen u.s.w. Man findet dadurch 59 als kleinste natürliche Zahl, die den Forderungen genügt.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040616:

Es handelt sich um einen Pyramidenstumpf. (Die Modelle müssen auf Genauigkeit überprüft werden.)

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Quellenverzeichnis

(13) ”a+b = b+a” - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.