



**3. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1963/1964**

Aufgaben und Lösungen





### 3. Mathematik-Olympiade

#### 1. Stufe (Schulolympiade)

#### Klasse 8

#### Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

#### Aufgabe 030811:

Im Jahre 1962 landeten die Fangfahrzeuge der Hochseefischerei 117 291 t Fisch an. Die Fangmenge im ersten Halbjahr 1963 betrug 74 445 t Fisch; das waren um 44 Prozent mehr als im ersten Halbjahr 1962.

- Wie groß war die Fangmenge im ersten Halbjahr 1962?
- Wie groß wäre die gesamte Fangmenge im Jahre 1963, wenn man für das zweite Halbjahr 1963 die gleiche prozentuale Steigerung gegenüber dem ersten Halbjahr annimmt wie im Jahre 1962?

#### Aufgabe 030812:

Klaus wird von seinen Eltern nach dem Ergebnis der letzten Mathematikarbeit gefragt. Er weiß, daß 5 Schüler die Note 1, 8 Schüler die Note 2, 4 Schüler die Note 4 und die übrigen Schüler die Note 3 erhielten. Außerdem erinnert er sich noch, daß die Durchschnittsnote genau 2,5 betrug.

Wieviel Schüler haben die Arbeit mitgeschrieben?

#### Aufgabe 030813:

Gegeben sind drei beliebige natürliche Zahlen, die nicht durch 3 teilbar sind.

Beweise, daß entweder die Summe dieser drei Zahlen oder die Summe zweier von ihnen stets durch 3 teilbar ist!

#### Aufgabe 030814:

Rolf war doppelt so alt wie Inge, als er so alt war, wie sie jetzt ist. Jetzt sind beide zusammen 45 Jahre alt.

Wie alt ist jeder?

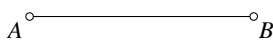
#### Aufgabe 030815:

In einem Kreis werden durch die Endpunkte eines Durchmessers parallele Sehnen gezogen.

Beweise, daß diese Sehnen stets gleichlang sind!

#### Aufgabe 030816:

$P$



Gegeben sei eine Strecke  $\overline{AB}$  und ein nicht auf ihr liegender Punkt  $P$  (Lage siehe Abbildung).

Es ist mit Zirkel und Lineal eine zu  $\overline{AB}$  parallele Strecke gleicher Länge zu konstruieren, deren einer Endpunkt  $P$  ist! Fertige eine Konstruktionsbeschreibung an!



3. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 8  
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 030811:

- a) Die Fangmenge im ersten Halbjahr 1962 betrug rund  $74\,445 \text{ t}/1,44 \approx 51\,700 \text{ t}$ .  
b) Die voraussichtliche Fangmenge beträgt  $1,44 \cdot 117\,291 \text{ t} \approx 168\,900 \text{ t}$ .

*Aufgeschrieben und gelöst von Steffen Weber*

Lösung 030812:

Anzahl der Schüler, die eine 3 geschrieben haben:  $x$

Anzahl der Schüler:  $n = 5 + 8 + 4 + x = 17 + x$

Durchschnittsnote:  $d = 2,5 = (5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + x \cdot 3 + 4 \cdot 4)/n$

$$\begin{aligned} 2,5 &= (5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + x \cdot 3 + 4 \cdot 4)/(17 + x) \\ 2,5 &= (5 + 16 + x \cdot 3 + 16)/(17 + x) \\ 42,5 + 2,5 \cdot x &= 37 + x \cdot 3 \\ 5,5 &= 0,5 \cdot x \\ 11 &= x \end{aligned}$$

$n = 17 + x = 17 + 11 = 28$

28 Schüler haben die Arbeit mitgeschrieben.

*Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski*

Lösung 030813:

*Fall 1:*

Alle drei Zahlen lassen den gleichen Rest 1 bzw. 2 bei Division durch 3, dann lässt ihre Summe den Rest 3 bzw. 6, ist also durch 3 teilbar.

*Fall 2:*

Zwei Zahlen lassen den Rest 1 (bzw. 2) und die dritte den Rest 2 (bzw. 1), dann addiert man eine Zahl, die den Rest 1 lässt, und eine Zahl, die den Rest 2 lässt, und erhält wieder eine durch 3 teilbare Summe.

Da keine weiteren Fälle existieren, folgt somit die Behauptung.  $\square$

*Aufgeschrieben und gelöst von Steffen Weber*



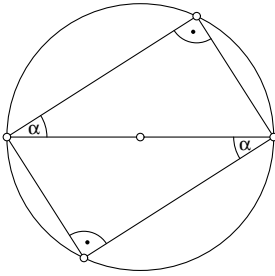
Lösung 030814:

Inge sei früher  $x$  Jahre alt gewesen, dann war Rolf damals  $2x$  Jahre. Heute ist Inge also  $2x$  Jahre und Rolf somit  $3x$  Jahre. Beide zusammen sind heute  $5x$  Jahre. Daraus erhält man  $x = 9$ .

Folglich ist Rolf 27 Jahre und Inge 18 Jahre alt.

*Aufgeschrieben und gelöst von Steffen Weber*

Lösung 030815:



*Beweis:* Zusätzlich zur beschriebenen Konstruktion kann man noch die beiden Sehnen ziehen, die den Durchmesser und je eine Sehne zu einem Dreieck vervollständigt. Dann reicht es zu beweisen, dass beide Dreiecke kongruent sind.

Die beiden ursprünglichen Sehnen und der Durchmesser bilden Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen ( $\alpha$ ).

Nach dem Satz des THALES sind die beiden Dreiecke rechtwinklig; und sie haben eine Seite, den Durchmesser, gemeinsam. Aus Kongruenzsatz WSW folgt, dass beide Dreiecke kongruent und damit beide Sehnen gleich lang sind.  $\square$

*Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier*

Lösung 030816:

*Konstruktion:* (Bild) Es ist ein Punkt  $Q$  gesucht mit  $PQ \parallel AB$  und  $PQ = AB$ .

Das bedeutet, dass  $Q$  mit  $A, B$  und  $P$  ein Parallelogramm bilden muss. Der Punkt  $Q$  muss also von  $B$  den Abstand  $AP$  haben. Deshalb zeichnet man um  $B$  einen Kreisbogen mit Radius  $AP$  und um  $P$  einen mit Radius  $AB$ .

Man erhält zwei Schnittpunkte, es ist derjenige auszuwählen, für den  $\sphericalangle BQP = \sphericalangle PAB$  gilt.

*Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier*

