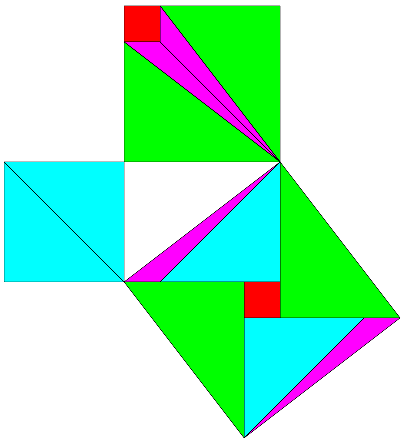
2. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 7
Saison 1962/1963

Aufgaben und Lösungen



2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020721:

An der Berliner Mathematik-Olympiade des Jahres 1962 nahmen im Stadtbezirk Köpenick 3 808 von 5 828 Schülern und im Stadtbezirk Lichtenberg 5 097 von 7 387 Schülern teil. Welcher Stadtbezirk wies die bessere relative Beteiligung auf? Die Antwort ist zu begründen!

Aufgabe 020722:

Bei einem Preisschießen der GST gaben Günther und Heidrun je 5 Schuß ab. Auf den Scheiben wurden folgende Treffer ermittelt:

Einmal die 3,	zweimal die 5,	zweimal die 6,	zweimal die 7,
einmal die 8,	einmal die 9,	einmal die 10.	

Günther erzielte mit seinen letzten vier Schüssen neunmal so viele Ringe wie mit seinem ersten Schuß. Heidrun dagegen erreichte mit ihren ersten vier Schüssen fünfmal so viele Ringe wie mit ihrem letzten Schuß; ihre beiden ersten Schüsse ergaben zusammen genau so viele Ringe wie ihre beiden letzten zusammen. Günther schoß die 9.

a) Wer gewann den Wettkampf?

b) Wer schoß die 10?

Die Antworten sind zu begründen!

Aufgabe 020723:

Emil erzählt: „Mein Bruder Heinz ist nur halb so alt wie ich. Wenn man die Anzahl seiner Lebensjahre mit sich selbst multipliziert, erhält man das Alter meines Vaters. Meine Mutter ist 5 Jahre jünger als mein Vater. Alle zusammen sind wir 85 Jahre alt.“

Wie alt ist Emil?

Beschreibe, wie du die Lösung gefunden hast!

Aufgabe 020724:

Wieviel verschiedene spitze Außenwinkel kann ein Dreieck höchstens haben?

Begründe deine Antwort!

Aufgabe 020725:

Konstruiere ein Dreieck aus $a = 5$ cm, $h_a = 4$ cm und der Seitenhalbierenden (Mittellinie) $s_a = 6$ cm!

Beschreibe die Konstruktion!

2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 7
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 020721:

Die relative Beteiligung ist der Quotient aus der Anzahl der Schüler, die teilgenommen haben, und denen, die hätten teilnehmen können. Es müssen also die Zahlen $\frac{3\,808}{5\,828}$ und $\frac{5\,097}{7\,387}$ verglichen werden. Zur Vereinfachung kann man beide Zahlen auf einen Nenner bringen und die Zähler vergleichen; dann stellt man fest, dass $3\,808 \cdot 7\,387 \approx 28\,100\,000 < 5\,097 \cdot 5\,828 \approx 29\,700\,000$ gilt. Das bedeutet, daß die relative Beteiligung in Lichtenberg höher ist.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020722:

Im für ihn günstigsten Fall konnte Günther in den letzten vier Schüssen $10+9+8+7=34$ Ringe schießen. Da seine letzten vier Schüsse aber zusammen durch neun teilbar sein müssen, kann er nur 27 Ringe erzielt haben und sein erster Schuss muss die 3 gewesen sein. Da er die 9 geschossen hat, hat er in den übrigen drei Schüssen insgesamt 18 erzielt. Also hat er zusammen 30 Ringe, die 10 ist nicht dabei. Für Heidrun bleiben 36 von den insgesamt 66 geschossen Ringen übrig, sie hat also gewonnen.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020723:

Man bezeichne Emils Alter in Jahren mit a. Dann ist sein Bruder Heinz $a/2$, sein Vater $a^2/4$ und seine Mutter $a^2/4-5$ Jahre alt. Zusammen sind sie $a+\frac{a}{2}+\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}-5=85$. Die Gleichung kann man umformen zu $a^2+3a=180$. Mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen oder durch systematisches Probieren (a muss ein Teiler von 180 sein) kommt man auf $a=12$, Emil ist also 12 Jahre alt.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020724:

Ein Außenwinkel ist so groß wie die Summe der nichtanliegenden Innenwinkel. Nehmen wir an, ein Außenwinkel sei spitz. Dann müssen die beiden entsprechenden Innenwinkel zusammen kleiner als 90° sein. Das bedeutet, dass der dritte Innenwinkel größer als 90° ist (Innenwinkelsumme). Dieser geht als Summand in die beiden anderen Außenwinkel ein, so dass diese beiden größer als 90° sind. Demzufolge besitzt ein Dreieck höchstens einen spitzen Außenwinkel.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020725:

Man beginne mit einer Geraden, auf der man h_a abtrage und einen Endpunkt mit A bezeichne. Um diesen Punkt A zeichne man einen Kreis mit s_a als Radius, im anderen Endpunkt errichte man die Senkrechte. Auf dieser Senkrechten wird die Seite a liegen, ihr Schnittpunkt mit dem Kreis (einen auswählen, da es zwei gibt!) ist der Mittelpunkt der Seite a. Von diesem Punkt aus kann man zu beiden Seiten je die Hälfte von a abtragen und erhält so die Punkte B und C und damit das Dreieck.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Quellenverzeichnis

(14) "a+b = b+a" - Heft 60, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 7 - Dokumentation I.-XVII. Olympiade (1961-1978), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1978.