1. - 34. Olympiade - Klasse 6

Aufgaben

Gewidmet meinen Kindern Cosima, Elias und Adrian

Vorwort

Im vorliegenden Heftchen befinden sich Texte vergangener Mathematikolympiaden, die ich vor einigen Jahren zum Üben gern selbst besessen hätte. Als Schüler träumte ich von einer kompletten Sammlung aller Aufgaben und Lösungen, allerdings wurde dieser Traum erst 15 Jahre später wahr (2003). Zu DDR-Zeiten war es äußerst schwer, an diese Dokumente zu gelangen, aber selbst jetzt gibt es nur wenig öffentlich zugängiges Material aus jener Zeit.

Die einst von der Aufgabenkommission erfundenen Texte wurden mir größtenteils von Herrn Umlauft zur Verfügung gestellt, wofür ich ihm sehr danke. Ebenso möchte ich aber auch all die anderen Menschen erwähnen, die zur Erweiterung meiner Sammlung beigetragen haben: O. Döhring, H. Thielemann, H. Winkelvoss, E. Specht, E. Keller, G. Thiel, B. Mulansky, H. Ocholt sowie M. Worel.

Franz S. hat mir sehr geholfen, indem er unzählige Aufgabentexte als Papiervorlagen eingescannt und durch ein Texterkennungsprogramm geschickt hat. Bezüglich der Lösungen ist mein Mann Thomas nun in dessen Fußstapfen getreten.

Ein herzlicher Dank gilt meiner Familie, ganz besonders natürlich meinem Mann, der mir stets mit viel Verständnis für meine zeitraubenden Interessen zur Seite steht. Außerdem möchte ich meinen Eltern und Schwiegereltern danken, die sich immer wieder gern um die Kinder kümmern und mir damit kleine Freiräume verschaffen.

Copyright

Fragen beantworte ich nach Möglichkeit gern. Der mir liebste Weg ist per Email an *mawi@online.de*. Sollte ich nicht sofort antworten, bitte ich jedoch um Nachsicht mit einer voll berufstätigen Mutter, die unter chronischem Zeitmangel leidet.

Hinweise

Die Numerierung der Aufgaben erfolgt nach dem Schema: $jjkksa$, wobei jj der Aufgabenjahrgang, kk die Klassenstufe, s die Olympiadestufe und a die Aufgabennummer darstellt. Bei Wahlaufgaben folgt der Aufgabennummer noch ein A oder B.

Die Texte entsprechen den Originaltexten der jeweiligen Olympiaden - es wurden daher weder auf die neue deutsche Rechtschreibung Rücksicht genommen noch ideologische Phrasen umformuliert.

Teilweise habe ich mir erlaubt, Texte den Originalen anzupassen, auch wenn der aufgeführte Autor (damit ist derjenige gemeint, der den Text aufgeschrieben aber nicht zwangsläufig erfunden hat) eine andere Fassung lieferte. Lösungen habe ich teilweise zur aus meiner Sicht besseren Verständlichkeit überarbeitet.

Dresden, 11. März 2014 *Manuela Kugel*

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010611:

a) $9\frac{4}{15} \cdot \frac{138}{139}$,

b) $3\,451\frac{23}{35} - 2\,868\frac{24}{49}$.

Aufgabe 010612:

Bei den im Oktober 1961 durchgeführten sowjetischen Raketenversuchen lagen bei einer Zielentfernung von etwa 12 500 km alle Treffer innerhalb eines Kreises, dessen Radius kleiner als 1 km war.

Wie groß wäre der Radius des Trefferkreises bei einem Schüler, der mit gleicher Treffsicherheit auf ein 25 m entferntes Ziel einen Schlagball werfen würde?

Aufgabe 010613:

Ein „Trabant“ fährt bei einem Kilometerzählerstand von 17 880 km los. Nach der Rückkehr steht sein Kilometerzähler auf 18 030 km. Der Benzinverbrauch betrug 10,5 Liter.

a) Wieviel Kilometer hat der „Trabant“ zurückgelegt?

b) Wieviel Liter Treibstoff muß der Fahrer tanken, wenn er eine Strecke von 350 km fahren will?

Aufgabe 010614:

Kann eine Summe von vier beliebigen, aber aufeinanderfolgenden natürlichen (positiven ganzen) Zahlen (z. B. 11, 12, 13, 14 oder 27, 28, 29, 30) eine Primzahl sein? Begründe die Antwort!

Aufgabe 010615:

Wieviel verschiedene Arten von Personenzug-Fahrkarten II. Klasse braucht man für eine Strecke mit 15 Stationen, wenn es für jede mögliche Verbindung eine Fahrkarte geben soll? Wie hast du die Anzahl ermittelt?

Aufgabe 010616:

Zeichne zwei Nebenwinkel und konstruiere ihre Winkelhalbierenden. Was für einen Winkel bilden die Winkelhalbierenden? Begründe deine Antwort!

1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010621:

Bei einem Probeflug auf der Strecke Moskau–Mirny (sowjetische Südpolarstation) überquerten zwei sowjetische Flugzeuge vom Typ „AN-10“ und „IL-18“ Europa, Asien, Australien, die Antarktis, den Indischen Ozean und den Stillen Ozean. Die AN-10 legte die gewaltige Strecke von 25 300 km in 48 h und 7 min, die IL-18 in 44 h und 36 min zurück.

Welche Strecke überflogen die beiden Flugzeuge durchschnittlich in 1 Stunde?

Aufgabe 010622:

Eine Expedition legte am ersten Tage $\frac{2}{5}$ des Weges, am zweiten Tage $\frac{1}{3}$ des Weges und am dritten Tag die restlichen 1 000 km zurück.

a) Welche Strecken wurden an den beiden ersten Tagen zurückgelegt?

b) Wie groß war die Gesamtstrecke?

Aufgabe 010623:

Auf einer Wanderung sagt Rudolf: „Die Entfernung von hier bis Neustadt ist größer als 5 km.“ Emil sagt: „Die Entfernung bis Neustadt ist kleiner als 5 km.“ Robert sagt: „Einer von beiden hat recht.“

Nun wissen wir, daß Robert eine falsche Aussage gemacht hat. Wie groß ist die Entfernung tatsächlich?

Aufgabe 010624:

Zeichne einen beliebigen Winkel und nenne seinen Scheitelpunkt A! Wähle auf einem der beiden Schenkel einen beliebigen Punkt und nenne ihn P! Konstruiere nun auf dem anderen Schenkel einen Punkt X so, daß $PX = AX$ ist! Begründe die Konstruktion!

2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020611:

Inge fragt ihren Bruder Klaus, der mit seiner Klasse in den Herbstferien einer LPG bei der Kartoffelernte geholfen hat, nach dem Ergebnis der Erntehilfe. Klaus antwortet: „Insgesamt wurden 15 000 dt Kartoffeln geerntet. $\frac{1}{5}$ dieser Menge sammelten wir Schüler, $\frac{1}{3}$ dieser Menge wurde von einigen Genossenschaftsbauern mit der Kartoffelkombine geerntet, den Rest sammelten die anderen Genossenschaftsbauern.“

Wieviel Dezitonnen Kartoffeln ernteten

a) die Schüler?

b) die Bauern mit der Kartoffelkombine?

c) die übrigen Genossenschaftsbauern?

Aufgabe 020612:

Von den bisher festgesetzten 296 Minuten wurden im Rahmen des Produktionsaufgebotes von den Arbeitern des VEB Druck- und Prägemaschinen Berlin bei einem Arbeitsgang 96 Minuten eingespart. Das macht je hergestellte Maschine 2,40 DM aus.

b) Wie groß ist die Einsparung, wenn 60 Prägemaschinen hergestellt werden?

b) Infolge des Produktionsaufgebotes konnten sogar 83 statt 60 Maschinen in der gleichen Zeit hergestellt werden. Wie groß ist dabei die Einsparung?

Aufgabe 020613:

Paul erzählt: „Mein Bruder Emil ist 3 Jahre älter als ich, meine Schwester Lotte ist 4 Jahre älter als Emil, und mein Vater ist dreimal so alt wie Lotte. Meine Mutter ist 5 Jahre jünger als mein Vater und ist gestern 40 Jahre alt geworden.“

Wie alt ist Paul? Die Antwort ist zu begründen!

Aufgabe 020614:

Drei Fluggäste aus der DDR fliegen mit der TU 104 von Prag nach Kairo. Ihre Namen sind Baumann, Eichler und Hahn. Einer von ihnen ist Elektriker, einer Monteur und einer Ingenieur. Aus ihrer Unterhaltung entnehmen wir folgendes:

a) Zwei Fluggäste, und zwar Herr Baumann und der Ingenieur, sollen in Bombay eine von der DDR gelieferte Anlage aufbauen helfen.

b) Zwei Fluggäste, und zwar Herr Hahn und der Elektriker, kommen aus Berlin, während der dritte aus Dresden kommt.

c) Herr Eichler ist jünger als der Monteur.

c) Herr Hahn ist älter als der Ingenieur.

Wie heißt der Ingenieur?

Wie heißt der Elektriker?

Wie heißt der Monteur?

Die Lösung ist zu begründen!

Aufgabe 020615:
In einer Ebene sollen vier Geraden so gezeichnet werden, daß genau

a) kein Schnittpunkt,

b) 1 Schnittpunkt,

c) 3 Schnittpunkte (zwei Möglichkeiten),

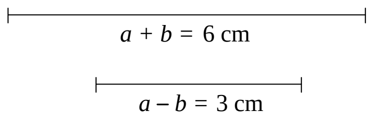
d) 4 Schnittpunkte (zwei Möglichkeiten),

e) 5 Schnittpunkte,

f) 6 Schnittpunkte entstehen!

Wie müssen die Geraden zueinander liegen? Zeichne!

Aufgabe 020616:
Gegeben sind zwei Strecken. Die eine ist gleich der Summe zweier Strecken, die andere ist gleich ihrer Differenz.



Wie lang sind die Strecken a und b? Beschreibe, wie du die Lösung gefunden hast!

2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020621:

Bei dem Gruppenflug der sowjetischen Kosmonauten Nikolajew und Popowitsch umkreisten die Raumschiffe Wostok III und Wostok IV in rund 88 Minuten einmal die Erde (rund 41 000 km).

a) Welche Strecke legte jedes Raumschiff in einer Stunde zurück?

b) Welche Strecke legte es in jeder Sekunde zurück?

Die Ergebnisse sind sinnvoll zu runden!

Aufgabe 020622:

Beim Werkunterricht benutzt Regine eine Tischbohrmaschine. Sie weiß, daß der Bohrer bei jeder Umdrehung $\frac{1}{4}$ mm tief in das Werkstück eindringt. Sie soll ein Werkstück von 30 mm Dicke durchbohren. Die Bohrmaschine macht in einer Minute 240 Umdrehungen.

In welcher Zeit kann Regine eine Bohrung durchführen?

Aufgabe 020623:

Vertauscht man bei einer zweistelligen Zahl den Einer mit dem Zehner, so erhält man eine neue Zahl, die $4\frac{1}{2}$mal so groß wie die ursprüngliche Zahl ist.

a) Wie lautet die Zahl?

b) Wie hast du sie gefunden?

Zeige, daß es nur eine solche Zahl gibt!

Aufgabe 020624:

Brigitte liebt lustige Knobelaufgaben. Sie erzählt:

„Mein Vater, meine Mutter und ich sind zusammen 88 Jahre alt. Meine Mutter ist genau dreimal so alt wie ich und vier Jahre jünger als mein Vater.“

Wie alt ist Brigitte? Wie alt sind ihre Eltern? Beschreibe, wie man die Lösung finden kann!

Aufgabe 020625:

Zeichne eine Strecke $AB = 5$ cm! Trage in A an AB den Winkel $\alpha = 45°$ an! Gesucht ist auf dem Schenkel, auf dem nicht der Punkt B liegt, ein Punkt P mit folgender Eigenschaft:

Verbindet man P und B, dann soll $\sphericalangle ABP = \sphericalangle APB$ sein.

Wie kann man diesen Punkt P konstruieren?

3. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030611:

Für kulturelle, soziale und gesundheitliche Zwecke gab unsere Regierung im Jahre 1958 rund 15 Milliarden DM aus. Im Jahre 1962 war die entsprechende Summe um ein Drittel höher als 1958.

a) Wieviel DM wurden in der DDR im Jahre 1962 für die genannten Zwecke ausgegeben?

b) Wieviel DM waren das in beiden Fällen je Kopf unserer Bevölkerung, wenn man jeweils eine Einwohnerzahl von rund 17 Millionen annimmt?

Aufgabe 030612:

Eine Pioniergruppe fuhr um 16.00 Uhr mit einem Autobus aus der Stadt in ein Ferienlager. Als sie neun Zehntel des Weges zurückgelegt hatten, mußten die Pioniere 2 km vor dem Lager aussteigen, weil der Bus den Waldweg, der zum Lager führte, nicht mehr befahren konnte. Für den Rest des Weges benötigten sie eine halbe Stunde und trafen um 17.00 Uhr im Lager ein.

Mit welcher Geschwindigkeit fuhr der Bus? (Wieviel Kilometer legte er in einer Stunde zurück?)

Aufgabe 030613:

Gegeben seien drei beliebige, aber aufeinanderfolgende zweistellige natürliche Zahlen.

a) Zeige, daß unabhängig von der Wahl dieser Zahlen niemals alle drei Zahlen zugleich Primzahlen sein können!

b) Nenne alle Primfaktoren, die unabhängig von der Wahl dieser Zahlen in mindestens einer von ihnen enthalten sein müssen!

Aufgabe 030614:

Peter, ein junger Mathematiker, sagt zu seinem Vater:

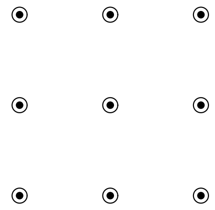
„Ich weiß ein Kunststück. Jeder von uns beiden hat 30 Streichhölzer zur Verfügung und nimmt einige davon in die Hand. Du sagst mir, ob die Anzahl der Streichhölzer, die du in die Hand genommen hast, gerade oder ungerade ist. Ich werde dir dann, ohne nachzuzählen, sagen, ob die Gesamtzahl der übriggebliebenen Streichhölzer gerade oder ungerade ist.“

Wieso weiß Peter das?

Aufgabe 030615:

a) Zeichne 9 Punkte so, wie es die Abbildung zeigt. Lege durch diese Punkte acht verschiedene Geraden so, daß auf jeder dieser Geraden drei Punkte liegen! Fertige eine Zeichnung an!

b) Es sollen nun 2 von diesen 9 Punkten so verschoben werden, daß man genau zehn verschiedene Geraden zeichnen kann, wobei wieder auf jeder dieser Geraden drei Punkte liegen sollen. Fertige auch dazu eine Zeichnung an!



Aufgabe 030616:

Gegeben seien neun Quadrate mit den Seitenlängen

$a = 36\,\text{mm}$, $d = 20\,\text{mm}$, $g = 14\,\text{mm}$,
$b = 30\,\text{mm}$, $e = 18\,\text{mm}$, $h = 8\,\text{mm}$,
$c = 28\,\text{mm}$, $f = 16\,\text{mm}$, $i = 2\,\text{mm}$.

Füge diese Quadrate so zusammen, daß sie ein Rechteck bilden! Fertige dazu eine Zeichnung an!

3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030621:

Schallwellen legen in der Luft in einer Sekunde eine Strecke von rund 340 m zurück, die Rundfunkwellen dagegen rund 300 000 km. Wer hört einen vor dem Mikrophon sprechenden Redner früher,

a) ein Zuhörer in der ersten Reihe im Saal, der 2 m vom Redner entfernt sitzt, oder

b) ein Rundfunkhörer, der die Sendung in einer Entfernung von 1 000 km mit Kopfhörern abhört?

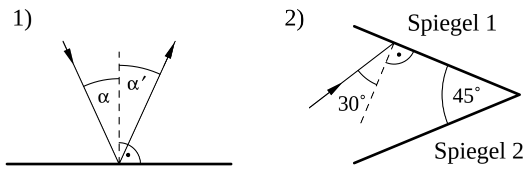
Begründe deine Antwort.

Aufgabe 030622:

Fällt ein Lichtstrahl auf einen ebenen Spiegel, so wird er so reflektiert, daß der Einfallswinkel α und der Reflexionswinkel α' gleich groß sind (Abb. siehe unten).

a) Konstruiere den Verlauf eines Lichtstrahls, der auf den in der Abbildung 2) dargestellten Winkelspiegel unter einem Einfallswinkel von 30° fällt!

b) Welchen Winkel bildet der auf den Spiegel 1 einfallende Strahl mit dem vom Spiegel 2 reflektierten?



Aufgabe 030623:

Gegeben seien zwei Punkte A und B, deren Abstand 10 cm beträgt. Du hast als Hilfsmittel nur ein Lineal von 8 cm Länge (ohne Zentimetereinteilung) und einen Zirkel zur Verfügung. Zeichne die Gerade, die durch A und B geht, und begründe die Konstruktion!

Aufgabe 030624:

Wieviel Streichhölzer von je 5 cm Länge werden gebraucht, um eine quadratische Fläche von 1 m^2 in gleichgroße Quadrate aufzuteilen, die von je vier Streichhölzern begrenzt werden. (Dabei dürfen zwei benachbarte Quadrate nur durch ein Streichholz getrennt werden.)

4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 040611:

In 2 Minuten greifen und befördern 3 Bagger 108 m^3 Erde. Ein Erdarbeiter kann an einem achtstündigen Arbeitstag 5 m^3 Erde ausheben.

Verschaffe dir eine Vorstellung von der Leistungsfähigkeit eines solchen Baggers, indem du ausrechnest, wieviel Erdarbeiter erforderlich wären, um einen Bagger zu ersetzen!

Aufgabe 040612:

J	U	N	G	E	W
U	N	G	E	W	E
N	G	E	W	E	L
G	E	W	E	L	T

Auf wieviel verschiedene Weisen kann man in der nebenstehenden Tabelle die Wörter "Junge Welt" lesen, ohne dabei Zeilen oder Spalten zu überspringen?

Aufgabe 040613:

Eine 6. Klasse stellte verschiedenartige Pappdreiecke her. Die Schüler wollten diese Dreiecke im Mathematischen Kabinett ihrer Schule in einem Schränkchen aufbewahren, das neun Fächer enthielt. Jeweils drei Fächer hatten die Schüler für die gleichseitigen Dreiecke, für die nur gleichschenkligen Dreiecke (d.h. für die nicht gleichseitigen) und für die ungleichschenkligen Dreiecke vorgesehen. Innerhalb dieser Gruppen sollten die Figuren nämlich noch in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige Dreiecke unterteilt werden.

Überprüfe, ob die Anzahl der Fächer richtig gewählt war!

Aufgabe 040614:

Zerlege die Zahl 390 in drei Summanden, von denen der zweite dreimal so groß wie der erste und der dritte $2\frac{1}{2}$ mal so groß wie der erste ist!

Aufgabe 040615:

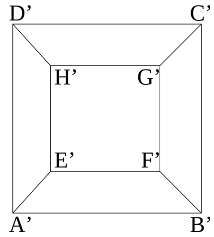
Es ist die kleinste natürliche Zahl zu finden, die beim Dividieren

durch 2 den Rest 1,
durch 3 den Rest 2,
durch 4 den Rest 3,
durch 5 den Rest 4 und
durch 6 den Rest 5

aufweist.

Aufgabe 040616:

Die abgebildete Figur ist der Grundriß eines ebenflächig begrenzten Körpers. Die Bilder seiner Eckpunkte A, B, C, D, E, F, G, H sind mit A', B', C', D', E', F', G', H' bezeichnet. Das Quadrat $ABCD$ liegt auf der Grundrißebene; das Quadrat $EFGH$ liegt parallel zur Grundrißebene im Abstand von 4 cm. Die Seite AB ist 5 cm, die Seite EF 3 cm lang.



Um welchen Körper handelt es sich? Baue ein Modell dieses Körpers! Das Material kannst du selbst wählen.

4. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

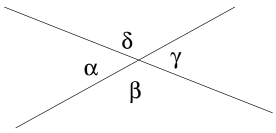
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 040621:

Ein Rohr von 10 m Länge soll senkrecht zur Achse so zerschnitten werden, daß der eine Teil fünfmal so lang wie der andere ist.

Wie lang werden die Teile?

Aufgabe 040622:



Beim Schnitt zweier Geraden entstehen die Winkel α, β, γ, δ (Abbildung).

Wie groß sind diese Winkel, wenn die ersten drei von ihnen die Winkelsumme 234° haben?

Aufgabe 040623:

Ein rechteckiger Schulgarten soll eingezäunt werden. Auf jeder der kürzeren Seiten, die jeweils je 40 m lang sind, stehen 21 Zementsäulen, auf den längeren jeweils 15 mehr. Der Abstand zwischen je zwei benachbarten Säulen ist gleich. Zwischen zwei dieser Säulen wird ein Tor eingebaut.

Wie hoch sind die Kosten, wenn

1 m Zaun	9,50 MDN	
1 Säule	11,00 MDN	
und das Tor	64,00 MDN	kosten?

Die Dicke der Säulen wird dabei nicht berücksichtigt.

Aufgabe 040624:

Fritz gibt Heinz folgendes Rätsel auf:

"In unserer Klasse können 26 Schüler radfahren und 12 Schüler schwimmen. Jeder Schüler kann mindestens eins von beiden. Multipliziert man die Schülerzahl mit 5, so ist die Quersumme dieses Produkts doppelt so groß wie die Quersumme der Schülerzahl. Außerdem ist das Produkt durch 6 teilbar.
Wieviel Schüler besuchen die Klasse?"

5. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 050611:

Aus Leipzig und Dresden (Entfernung 119 km) fahren gleichzeitig zwei Radfahrer ab. Der Radfahrer aus Leipzig fährt nach Dresden, der aus Dresden nach Leipzig. Der eine von ihnen legt 15 km, der andere 20 km in der Stunde zurück.

a) Wie groß ist die Entfernung zwischen beiden Radfahrern nach $2\frac{1}{2}$ Stunden?

b) Wie weit sind sie von beiden Städten entfernt, wenn sie einander treffen?

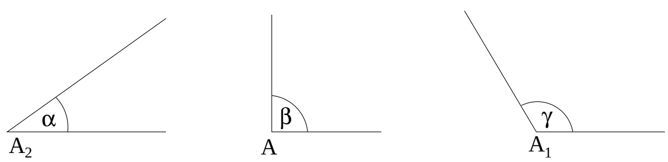
Aufgabe 050612:

Eine zweistellige natürliche Zahl soll auf Grund folgender Bedingungen ermittelt werden:

Ihre Quersumme beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu der dadurch entstehenden Zahl die Zahl 1, so erhält man das Zweifache der ursprünglichen Zahl.

Aufgabe 050613:

Gegeben sind die Winkel α, β und γ (siehe Abbildung)



a) Konstruiere den Winkel $\beta + \gamma - 2\alpha$ mit Zirkel und Lineal!

b) Beschreibe die Konstruktion!

Aufgabe 050614:

In einem Betrieb sollen 1 600 Pakete, die je $1,6$ dm lang, 7 cm breit und 45 mm hoch sind (Außenmaße), zum Versand gebracht werden. Arbeiter wollen sie in Kisten von 64 cm Länge, $0,28$ m Breite und $1,8$ dm Höhe (Innenmaße) einschichten.

Welches ist die kleinste Anzahl von Kisten, die ausreicht, um alle diese Pakete gleichzeitig zu versenden?

5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

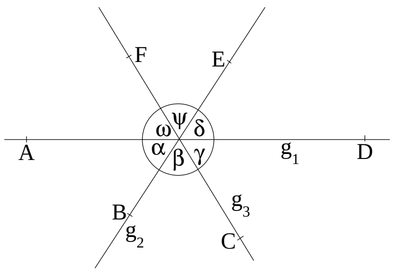
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 050621:

In einer Möbelfabrik wurde die Produktion von Tischen monatlich um 10 Tische gesteigert. Die Jahresproduktion betrug 1 920 Tische.

Wieviel Tische wurden im Juni und wieviel im Dezember hergestellt?

Aufgabe 050622:



Die drei Geraden g_1, g_2 und g_3 schneiden einander im Punkt M. Dabei entstehen Winkel mit den Maßen α, β, γ, δ, ψ und ω (siehe Abbildung).

Wie groß sind diese 6 Winkelmaße, wenn

(1) $\gamma + \delta + \psi + \omega = 252°$ und

(2) α dreimal so groß wie β ist?

Aufgabe 050623:

Gesucht ist eine natürliche Zahl b, die folgenden Bedingungen genügt:

(1) $40 < b < 600$;

(2) b ist sowohl durch 4 als auch durch 9 teilbar,

(3) b ist nicht durch 8 und nicht durch 27 teilbar,

(4) b läßt bei der Division durch 11 den Rest 6.

Wieviel solche Zahlen gibt es?

Aufgabe 050624:

Die Schüler Eva, Renate, Monika, Ingrid, Jürgen, Hans und Gerd haben sich in einer Reihe der Größe nach aufgestellt. Der größte steht vorn, und von zwei gleichgroßen steht der, dessen Vorname einen im Alphabet vorangehenden Anfangsbuchstaben hat, vor dem anderen. Folgendes ist bekannt:

(1) Es ist wahr, daß Ingrid 2 cm kleiner als Monika ist.

(2) Es ist falsch, daß Eva nicht dieselbe Größe wie Gerd besitzt.

(3) Es ist nicht wahr, daß keiner dieser Schüler kleiner als Hans ist.

(4) Es ist wahr, daß Jürgen kleiner als Ingrid, aber größer als Hans ist.

(5) Es ist unwahr, daß Hans größer als Monika ist.

(6) Es ist nicht falsch, daß Monika 2 cm größer als Gerd und auch größer als Jürgen ist.

Es soll festgestellt werden:

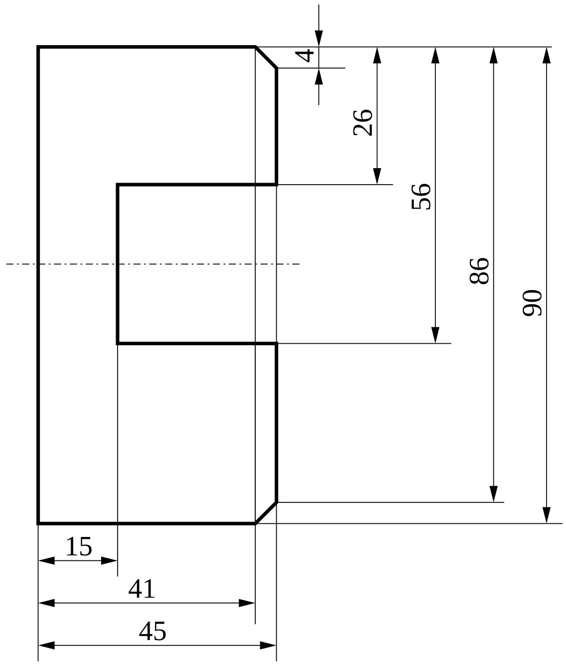
a) Welche Schüler sind gleich groß?

b) Wie lautet die Reihenfolge der Vornamen, in der sich die Schüler aufgestellt haben? (Man beginne beim größten Schüler.)

6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 060611:



Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur! Runde das Ergebnis auf volle Quadratzentimeter! (Die Maßeinheit aller angegebenen Maßzahlen ist Millimeter.)

Aufgabe 060612:

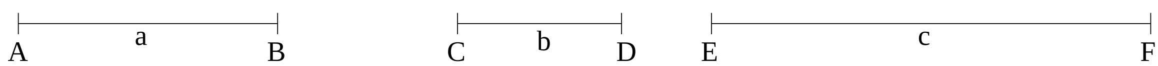
Zu Beginn des Schuljahres kaufte Heinz zwei verschiedene Sorten von Heften, die eine kostet 8 Pf, die andere 15 Pf pro Stück. Er zahlte für 12 Hefte zusammen 1,31 MDN.

Wieviel Hefte kaufte er von jeder Sorte?

Aufgabe 060613:

Gegeben sind drei Strecken mit den Längen a, b und c (siehe Abbildung).

Konstruiere eine Strecke mit der Länge $2 \cdot (a + 3b - 2c)$!



Anmerkung: Bei der Konstruktion darf die Maßeinteilung des Lineals nicht benutzt werden. Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 060614:

In einem Haus wohnen genau die Mietsparteien Albrecht, Becker, Conrad, Dietrich, Ermler, Fritsche, Geißler, Hamann, Ilgner, Keies, Lorenz, Männig, Nolte, Oswald, Richter und Pätzold. Im Erdgeschoß und in jeder Etage wohnen genau zwei Mietsparteien, außerdem ist folgendes bekannt:

Albrechts wohnen zwei Stockwerke tiefer als Beckers.

Beckers wohnen sechs Stockwerke höher als Conrads.

Familie Fritsche wohnt neben Familie Geißler.

Familie Männig wohnt vier Stockwerke höher als Familie Nolte und zwei Stockwerke tiefer als Familie Fritsche.

Ein Stockwerk über Familie Nolte wohnt Familie Oswald.

Familie Albrecht wohnt drei Etagen über Familie Richter,

und Familie Pätzold wohnt fünf Stockwerke unter Familie Geißler.

a) Wieviel Stockwerke hat das Haus?

b) In welchem Stockwerk wohnt Familie Albrecht?

6. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 060621:

Eine Strecke von 20 m wird in drei Teilstrecken geteilt. Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite, und die Länge der dritten Teilstrecke beträgt das Dreifache der Länge der ersten Teilstrecke.

Berechne die Längen der einzelnen Teilstrecken!

Aufgabe 060622:

Gesucht ist die Menge aller natürlichen Zahlen a, die folgenden Bedingungen genügen:

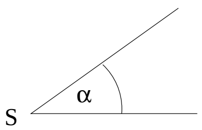
(1) $100 < a < 1\,201$,

(2) a ist sowohl durch 3 als auch durch 4 als auch durch 5 teilbar,

(3) a ist nicht durch 8, nicht durch 9 und nicht durch 25 teilbar,

(4) a läßt bei der Division durch 11 einen Rest, der durch 2 teilbar ist.

Aufgabe 060623:



Gegeben ist ein Winkel mit dem Gradmaß $\alpha = 36°$ (siehe Abbildung).

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal einen Winkel, dessen Gradmaß 99 beträgt!

Aufgabe 060624:

Im Rahmen des Wiederaufbaus der Leipziger Innenstadt entstehen moderne Wohnkomplexe. Vor den Häusern werden Rasenflächen, Blumenbeete und Terrassen angelegt.

Für eine der rechteckigen Terrassen werden genau 400 Sandsteinplatten verwendet. Die Platten bedecken lückenlos den Boden. Jede dieser Platten ist 60 cm lang und 40 cm breit. Die Länge dieser Terrasse beträgt 10 m.

Ermittle die Breite dieser Terrasse!

7. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

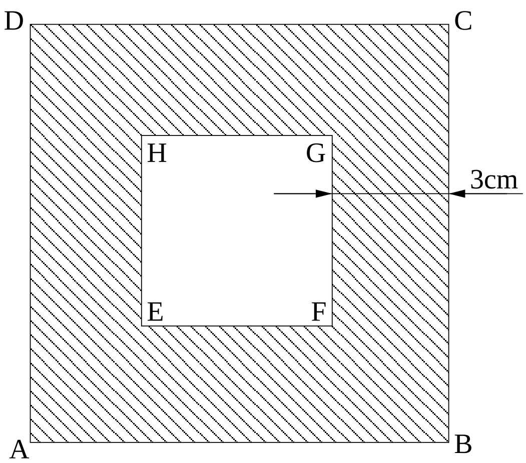
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 070611:

Zu einem Straßenbahnhof einer gewissen Großstadt gehören insgesamt 83 Straßenbahnwagen. Davon sind genau 46 Anhänger. Zu einem gewissen Zeitpunkt befinden sich insgesamt 8 Triebwagen mit je zwei Anhängern und 23 Triebwagen mit je einem Anhänger im Einsatz.

Welches ist die Anzahl aller Triebwagen und Anhänger, die sich zu diesem Zeitpunkt nicht im Einsatz befinden?

Aufgabe 070612:



Die Abbildung stellt zwei Quadrate $ABCD$, $EFGH$ dar. Sie sind so gelegen, daß die vier Diagonalen AC, BD, EG und FH einander in genau einem Punkt schneiden, und daß $AB \parallel EF$ gilt.

Die Differenz der Flächeninhalte der beiden Quadrate $ABCD$ und $EFGH$ beträgt $96\,\text{cm}^2$.

Berechne die Längen der Strecken BC und GH!

Aufgabe 070613:

In einem Speicher wurden insgesamt 2170 kg Getreide gelagert. Es waren genau 11 Sack Weizen zu je 80 kg, 6 Sack Gerste und 12 Sack Mais. Jeder Sack Gerste enthielt 5 kg mehr als jeder Sack Mais.

Wieviel Kilogramm Mais wurden im Speicher gelagert?

Aufgabe 070614:

Unter der Fakultät einer natürlichen Zahl $n \geq 2$ (geschrieben $n!$) verstehen wir das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n.

Es gilt zum Beispiel:

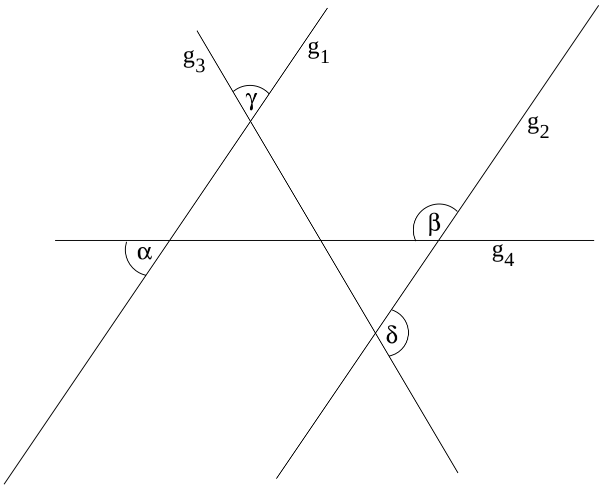
$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$
$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Ermittle, auf welche Ziffer die Summe $s = 3! + 4! + 5! + 6! + 7! + 8! + 9! + 10!$ endet!

7. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 070621:



Die Geraden g_1, g_2, g_3 und g_4 schneiden einander in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise. Von den Größen α, β, γ und δ der dadurch entstehenden Winkel sei

$$\alpha = 50°, \qquad \beta = 130°, \qquad \gamma = 70°.$$

Ermittle δ!

Aufgabe 070622:

Jedes der beiden Vorderräder eines Wagens hat einen Umfang von 210 cm, jedes der beiden Hinterräder einen Umfang von 330 cm.

Ermittle die kürzeste Strecke (in m), die der Wagen auf einer ebenen geraden Straße durchfahren haben muß, damit jedes seiner Räder genau eine ganze Anzahl von Umdrehungen durchgeführt hat!

Aufgabe 070623:

Nach einem Scheibenschießen verglichen Elke, Regina, Gerd und Joachim ihre Schießleistungen. Es ergab sich folgendes:

(1) Joachim erzielte mehr Ringe als Gerd.

(2) Elke und Regina erreichten zusammen dieselbe Ringzahl wie Joachim und Gerd zusammen.

(3) Elke und Joachim erzielten zusammen weniger Ringe als Regina und Gerd.

Ermittle auf Grund dieser Angaben die Reihenfolge der Schützen nach fallender Ringzahl!

Aufgabe 070624:

Von den Teilnehmern einer Schule eines Landkreises an der 1. Stufe der Mathematikolympiade wurden genau $\frac{3}{40}$ zur 2. Stufe delegiert. Von diesen Schülern erhielten bei der 2. Stufe (Kreisolympiade) genau $\frac{2}{9}$ Preise oder Anerkennungsschreiben.

Einen ersten Preis in seiner Klassenstufe erhielt genau ein Schüler, genau ein weiterer Schüler erhielt in seiner Klassenstufe einen zweiten Preis, genau zwei weitere bekamen dritte Preise. Außerdem wurden genau vier anderen Schülern dieser Schule für besonders gute Lösungen einer Aufgabe Anerkennungsschreiben überreicht.

Gib die Anzahl aller Teilnehmer dieser Schule an der 1. Stufe der Mathematikolympiade an!

8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080611:

Die Summe der Inhalte einer Rechteckfläche und einer Quadratfläche beträgt $3\,000\,\text{m}^2$. Die Quadratseite und eine Rechteckseite haben eine Länge von je 30 m.

a) Wie lang ist die andere Rechteckseite?

b) Zeichne beide Flächen im Maßstab 1 : 2 000!

Aufgabe 080612:

Berechne die Größe des kleineren der beiden Winkel, die der Stunden- und der Minutenzeiger einer Uhr um 16 Uhr 40 Minuten miteinander bilden!

Aufgabe 080613:

In einem Ferienlager "Junger Mathematiker" kauft Rainer während einer Pause in der Lagerkantine für seine Freunde folgende Waren ein: 13 Flaschen Limonade zu je 0, 21 M, sechs Bockwürste und neun Lachsbrötchen.

Rainer soll insgesamt 10, 43 M bezahlen. "Das kann nicht stimmen", sagt er. Dabei wußte er noch gar nicht, wieviel jedes Lachsbrötchen kostet.

Weshalb konnte er seiner Behauptung trotzdem sicher sein?

Aufgabe 080614:

Von drei Pionieren einer Klasse ist uns folgendes bekannt:

(1) Sie haben die Vornamen Alex, Bodo und Dietmar.

(2) Ihre Familiennamen lauten Neumann, Siebert und Keller. Dabei braucht die Reihenfolge der Vornamen nicht der Reihenfolge der Familiennamen zu entsprechen.

(3) Alex heißt nicht Neumann.

(4) Der Pionier mit dem Familiennamen Keller ist älter als der Pionier mit dem Vornamen Bodo.

(5) Die Mutter des Pioniers Neumann ist eine geborene Mittag.

(6) Die Mutter Bodos trägt den Geburtsnamen Rößler.

Ermittle die Familiennamen, die den Vornamen der Pioniere zugeordnet sind!

8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080621:

In einer 6. Klasse erhielt als Jahresendzensur im Fach Mathematik kein Schüler die Note 5, jeder neunte die Note 1, jeder dritte die Note 2 und jeder sechste die Note 4. Über die Schülerzahl n dieser Klasse ist folgendes bekannt: 20 < n < 40.

Berechne die Anzahl der Schüler, die als Jahresendzensur die Note 3 erhielten!

Aufgabe 080622:

Während der Sommerferien besuchte Monika die Hauptstadt der UdSSR. Für ihre Mathematikarbeitsgemeinschaft brachte sie unter anderem folgende Aufgabe mit:

Im "Gorki"-Ring der Moskauer Untergrundbahn befinden sich vier Rolltreppen von unterschiedlicher Länge. Die Gesamtlänge der beiden Rolltreppen mittlerer Länge beträgt 136 m, wobei die Länge der einen um 8 m größer ist als die der anderen. Die Länge der längsten Rolltreppe beträgt $\frac{3}{10}$ und die der kürzesten $\frac{3}{14}$ von der Gesamtlänge aller vier Rolltreppen.

Berechne die Länge jeder einzelnen Rolltreppe!

Aufgabe 080623:

Über der Seite CD eines Quadrates $ABCD$ mit $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ ist ein gleichseitiges Dreieck ΔDCE so zu konstruieren, daß das Quadrat und das Dreieck die Seite CD gemeinsam haben. Der Punkt E des Dreiecks ΔDCE sei dabei außerhalb des Quadrates $ABCD$ gelegen.

Verbinde E mit A und mit B!

Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle AEB$!

Aufgabe 080624:

Drei Freunde bereiten sich auf die "Kleine Friedensfahrt" vor. Sie trainieren auf einer Rundstrecke. Ihr Start erfolgt zur gleichen Zeit und in gleicher Richtung an der Startlinie S. Manfred legte die erste Runde in genau 3 Minuten, Klaus in genau $3\frac{3}{4}$ Minuten und Helmut in genau 5 Minuten zurück.

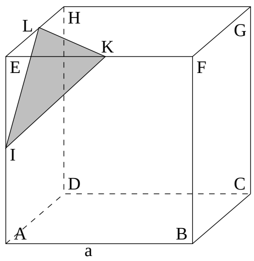
a) Nach wieviel Minuten würden die drei Freunde erstmalig die Startlinie S wieder gleichzeitig erreichen, wenn wir annehmen, daß Manfred für alle weiteren Runden je Runde genau 3 Minuten, Klaus genau $3\frac{3}{4}$ Minuten und Helmut genau 5 Minuten brauchten?

b) Wieviel Runden hätte jeder von ihnen bis dahin zurückgelegt?

9. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090611:



Gegeben sei ein Würfel mit den Eckpunkten A, B, C, D, E, F, G, H (siehe Abbildung) und der Kantenlänge $a = 4$ cm. Von ihm werde durch einen ebenen Schnitt durch die Punkte I, K, L eine Ecke abgeschnitten, wobei I der Mittelpunkt von AE, K der Mittelpunkt von EF und L der Mittelpunkt von EH ist.

Zeichne ein Netz des Restkörpers und bezeichne die Eckpunkte!

Aufgabe 090612:

In den Ferien war Klaus auf dem Lande. Aus seinen Beobachtungen ergab sich folgende Scherzaufgabe:

$$1\tfrac{1}{2} \text{ Hühner legen in } 1\tfrac{1}{2} \text{ Tagen } 1\tfrac{1}{2} \text{ Eier.}$$

Ermittle die Anzahl aller Eier, die bei gleicher Legeleistung 7 Hühner in 6 Tagen legen würden!

Aufgabe 090613:

In einem Wettbewerb der Mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" sollten den vier dort vorgegebenen geometrischen Figuren die richtigen Namen zugeordnet werden.

In genau $\frac{3}{25}$ der eingesandten Lösungen wurden allen vier vorgegebenen Figuren die richtigen Namen zugeordnet. Bei genau doppelt soviel Lösungen wurden je zwei Figuren die richtigen und je zwei Figuren die falschen Namen zugeordnet. Die Anzahl der Lösungen mit genau drei falschen Zuordnungen war genau viermal so groß wie die Zahl der richtigen Lösungen. Genau 240 der eingesandten Lösungen enthielten keine richtige Zuordnung. Weitere Einsendungen lagen nicht vor.

Ermittle die Anzahl aller zu diesem Wettbewerb eingesandten Lösungen!

Aufgabe 090614:

Eine Arbeitsgemeinschaft erhielt als Auszeichnung für sehr gute Leistungen einen Betrag von genau 240, – M. Bei gleichmäßiger Verteilung dieses Geldes auf alle Mitglieder der Arbeitsgemeinschaft hätte jedes Mitglied einen ganzzahligen Betrag (in Mark) erhalten. Die Mitglieder beschlossen jedoch, die 240, – M gemeinsam auf einer Wanderfahrt auszugeben.

Genau drei der Mitglieder konnten an der Wanderfahrt nicht teilnehmen, infolgedessen standen bei gleichmäßiger Verteilung des Geldes auf alle Teilnehmer der Wanderfahrt für jeden Teilnehmer genau 4, – M mehr zur Verfügung als bei gleichmäßiger Verteilung auf alle Mitglieder.

Ermittle die Mitgliederzahl der Arbeitsgemeinschaft!

9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090621:

Klaus nahm als Mitglied der Sektion Radsport einer Betriebssportgemeinschaft an einem Bahnrennen teil. Nach dem Rennen wurde Klaus von seinem Bruder Reiner nach dem Ausgang des Rennens gefragt. Klaus sagte:

"Als ich den Zielstrich überfuhr, war kein Fahrer neben mir; genau ein Drittel der beteiligten Fahrer hatte das Ziel schon erreicht, und genau die Hälfte aller Teilnehmer lag noch hinter mir."

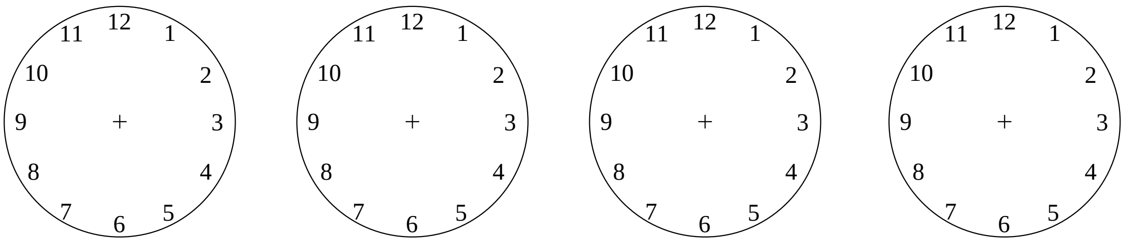
Gib an, welchen Platz Klaus in diesem Rennen belegte und wieviel Fahrer insgesamt an dem Rennen teilnahmen!

Aufgabe 090622:

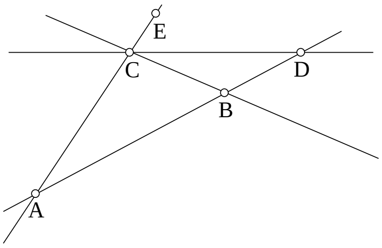
Auf der Abbildung sind wie auf dem Ziffernblatt einer Uhr die Zahlen 1 bis 12 abgebildet.

Untersuche, ob sich diese vier Kreisscheiben durch Einzeichnen von Linien (z.B. Geraden), die keine der Ziffern treffen, so in Teilstücke zerlegen lassen, daß die Summen der auf jedem Teilstück derselben Kreisscheibe liegenden Zahlen jeweils untereinander gleich sind!

Dabei ist die erste Kreisscheibe in 2 Teile, die zweite in 3 Teile, die dritte in 4 Teile und die vierte in 6 Teile zu zerlegen.



Aufgabe 090623:



Die Abbildung zeigt drei verschiedene Geraden durch einen Punkt C und eine vierte Gerade, die nicht durch C geht. Diese möge die drei erstgenannten Geraden in den Punkten A, B bzw. D schneiden, wobei B zwischen A und D liegen möge, Punkt E liege auf der Geraden durch A und C so, daß C zwischen A und E liegt.

Ferner gelte $\sphericalangle ECD \approx \sphericalangle ABC$.

Beweise, daß $\sphericalangle BCD \approx \sphericalangle BAC$ ist!

Aufgabe 090624:

Jürgen und seine jüngere Schwester Elke haben den gleichen Schulweg. Elke braucht vom Elternhaus bis zum Schultor genau 30 Minuten, Jürgen genau 20 Minuten. An einem Tage ging Elke genau 5 Minuten vor Jürgen aus dem Haus.

Nach wieviel Minuten holte Jürgen seine Schwester ein? (Es sei angenommen, daß jeder von beiden mit gleichbleibender Geschwindigkeit ging.)

10. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

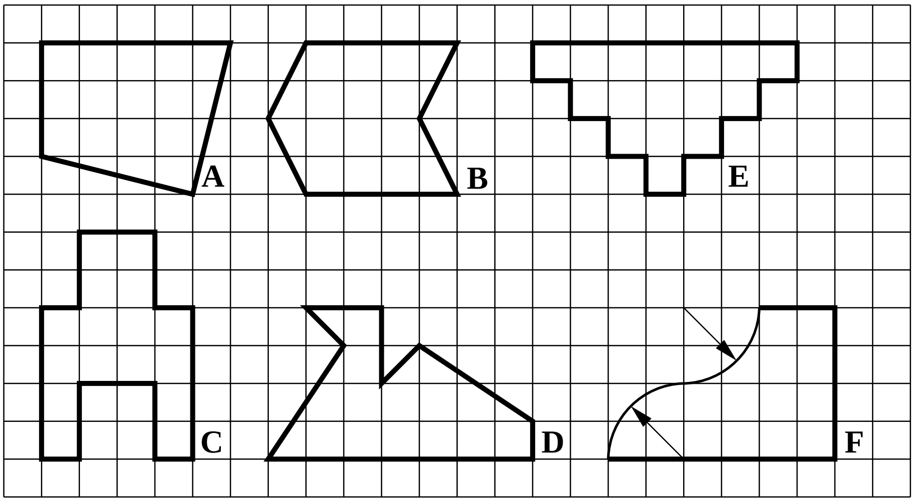
Aufgabe 100611:

Eine LPG hatte auf zwei Feldern Kartoffeln angebaut. Vom ersten Feld wurden insgesamt 810 t, vom zweiten insgesamt 640 t Kartoffeln geerntet. Auf dem ersten Feld wurde ein Durchschnittsertrag von 180 dt je ha, auf dem zweiten von 200 dt je ha erzielt.

Welches von den beiden Feldern hat den größeren Flächeninhalt? Um wieviel Ar unterscheiden sich die beiden Flächen?

Aufgabe 100612:

Untersuche, welche der in der Abbildung dargestellten Figuren A bis F sich auf wenigstens eine Weise durch einen einzigen geraden Schnitt so in zwei Teilflächen zerlegen läßt, daß sich diese beiden zur gleichen Figur gehörenden Teilflächen jeweils zu einer Quadratfläche zusammensetzen lassen!



Als Lösung genügt in den Fällen, in denen eine Zerlegung der genannten Art möglich ist, je eine entsprechende Zeichnung oder die jeweils zum Quadrat zusammengesetzten aufgeklebten Teilflächen. In den Fällen dagegen, in denen eine Zerlegung und Zusammensetzung der genannten Art nicht möglich ist, genügt als Lösung eine entsprechende Angabe (ohne Begründung).

Aufgabe 100613:

Es seien a, b, c, d, e, f, g, h sämtlich paarweise untereinander verschiedene einstellige natürliche Zahlen ungleich Null, und es gelte:

$$a + b = 10, \qquad c + d + e = 16, \qquad f + g + h = 14.$$

Welche einstellige natürliche Zahl (ungleich Null) wurde in diesen drei Aufgaben nicht verwendet? Gib für a, b, c, d, e, f, g, h eine mögliche Lösung an!

Aufgabe 100614:

An 15 Teilnehmer am Wettbewerb der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" wurden insgesamt 25 Antwortkarten "sehr gut gelöst" von der Redaktion geschickt, und zwar erhielt jeder dieser Teilnehmer mindestens eine solche Antwortkarte.

Außerdem ist über diese 15 Teilnehmer bekannt, daß mindestens ein Teilnehmer genau 2 Antwortkarten, mindestens ein Teilnehmer genau 3 Antwortkarten, mindestens ein Teilnehmer genau 4 Antwortkarten und mindestens ein Teilnehmer genau 5 Antwortkarten erhielt. An einige der 15 Teilnehmer wurde je genau eine Antwortkarte geschickt.

Ermittle die Anzahl dieser Teilnehmer!

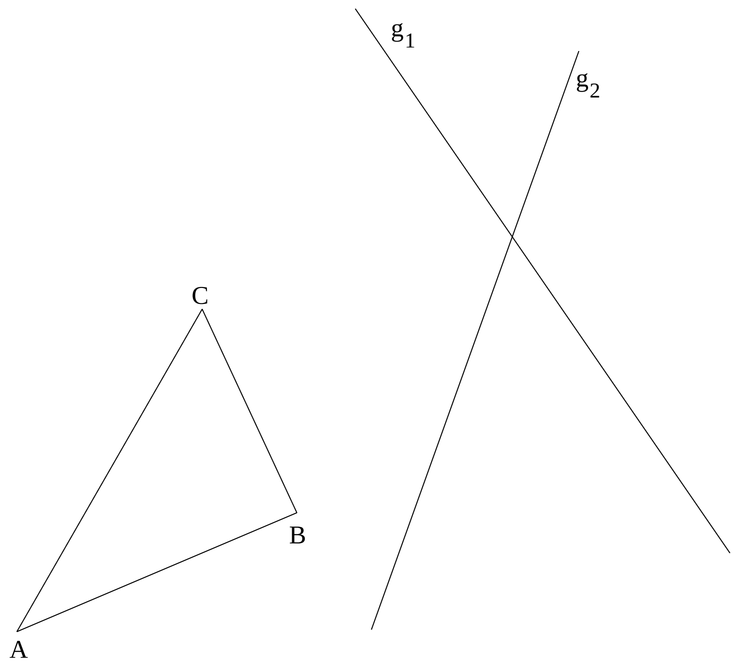
10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100621:

Die Abbildung zeigt ein Dreieck ΔABC und zwei Geraden g_1 und g_2. Das Dreieck ΔABC soll nacheinander an den Geraden g_1 und g_2 gespiegelt werden.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dabei entstehende Dreieck $\Delta A_2B_2C_2$! (Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)



Aufgabe 100622:

Die sowjetischen Raumschiffe Sojus 6, Sojus 7 und Sojus 8 umkreisten im Gruppenflug die Erde. Dabei brauchte die Gruppe der drei Raumschiffe für jede Umkreisung durchschnittlich 88 Minuten und legte in dieser Zeit rund 41 000 km zurück.

Berechne die Länge des Weges, den die Raumschiffgruppe während ihres Fluges durchschnittlich

a) in jeder Stunde,

b) in jeder Sekunde zurücklegte!

Bei der Aufgabe a) soll die Angabe in Kilometern erfolgen und auf volle Tausend Kilometer gerundet werden, bei Aufgabe b) soll die Angabe in Metern erfolgen und auf volle Hundert Meter gerundet werden.

Aufgabe 100623:

In der fünfstelligen Zahl

5 2 * 2 *

sind an den mit * bezeichneten Stellen zwei (gleiche oder verschiedene) Ziffern so einzusetzen, daß die dadurch entstehende Zahl durch 36 teilbar ist.

Gib alle Möglichkeiten hierfür an!

(*Beachte:* Eine Zahl ist genau dann durch 36 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 9 teilbar ist.)

Aufgabe 100624:

Die Fläche des Rechtecks $ABCD$ mit den Seitenlängen $a = 16$ cm, $b = 9$ cm ist so in fünf Rechtecksflächen zu zerlegen, daß sich diese zu einer Quadratfläche zusammensetzen lassen, wobei sämtliche Teilrechtecke verwendet werden sollen und die gesamte Fläche des Quadrats lückenlos und ohne Überlappungen von den Flächen dieser Teilrechtecke ausgefüllt werden soll.

Gib eine Möglichkeit hierfür an!

11. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 110611:

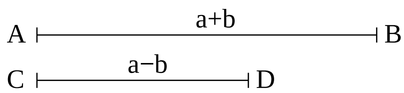
Von zwei Autos vom Typ "Wartburg" legte das eine eine Strecke von 1 200 km zurück, das andere eine Strecke von 800 km. Es sei angenommen, daß jedes der beiden Autos für jeden Kilometer die gleiche Menge Kraftstoff verbrauchte. Dabei verbrauchte das zweite Auto 36 Liter Kraftstoff weniger als das erste.

Berechne, wieviel Liter Kraftstoff beide Autos zusammen für die oben angegebenen Strecken verbrauchten!

Aufgabe 110612:

Von den beiden abgebildeten Strecken AB und CD hat die erste die Länge $a+b$, die zweite die Länge $a-b$.

Konstruiere unter ausschließlicher Verwendung von Zirkel und Lineal eine Strecke der Länge a und eine Strecke der Länge b! Beschreibe und begründe deine Konstruktion!



Aufgabe 110613:

Vier Flächen eines Holzwürfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die beiden übrigen bleiben ohne Anstrich. Danach wird der Würfel in genau 27 Würfel von je 1 cm Kantenlänge zersägt.

Ermittle von diesen kleinen Würfeln die Anzahl derjenigen, die

keine rot angestrichene Fläche,

genau eine rot angestrichene Fläche,

genau zwei rot angestrichene Flächen,

genau drei rot angestrichene Flächen besitzen!

Unterscheide dabei die folgenden Fälle:

a) Die nicht angestrichenen Flächen haben keine gemeinsame Kante.

b) Die nicht angestrichenen Flächen haben eine gemeinsame Kante.

Als Lösung genügt die Angabe der Anzahlen ohne Begründung.

Aufgabe 110614:

Zwei Orte A und B seien durch eine 999 km lange Straße miteinander verbunden.

Im Abstand von jeweils 1 km seien auf dieser Straße Kilometersteine aufgestellt, die beidseitig derart beschriftet sind, daß auf der einen Seite jedes Steines seine Entfernung von A und auf der anderen Seite seine Entfernung von B in km angegeben ist. Z.B. trägt der Stein am Ortsausgang von A die Beschriftung 0 und 999, der Stein am Ortseingang von B die Beschriftung 999 und 0.

Ermittle von diesen Steinen die Anzahl derjenigen, bei deren Beschriftung höchstens zwei voneinander verschiedene Ziffern verwendet wurden (z B. 722 und 277)!

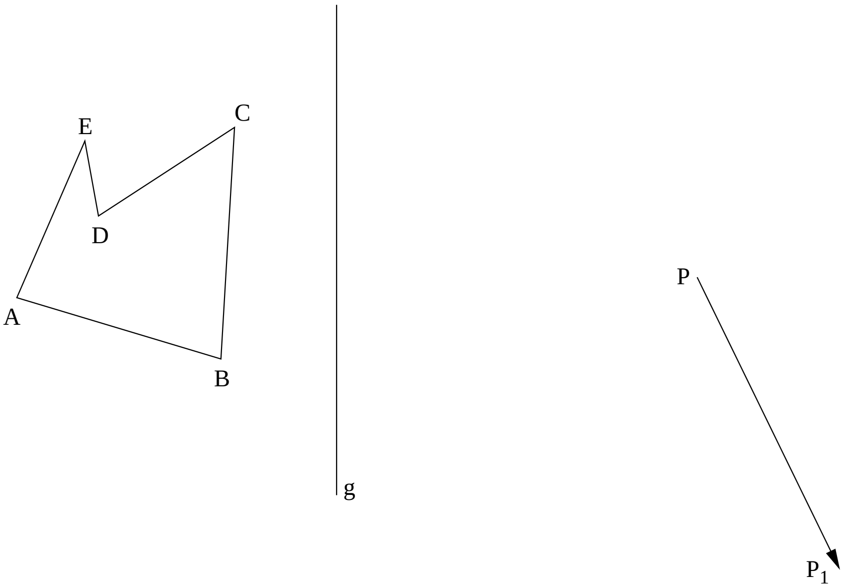
11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 110621:

Das auf der untenstehenden Zeichnung abgebildete Fünfeck $ABCDE$ soll an der Geraden g gespiegelt werden. Auf das so entstandene Fünfeck $A_1B_1C_1D_1E_1$ ist anschließend die Verschiebung anzuwenden, die durch den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ gegeben ist.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck auf dem Arbeitsblatt das dadurch entstehende Fünfeck $A_2B_2C_2D_2E_2$! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 110622:

Ruth, Marion und Petra verbringen einen Teil ihrer Ferien in einem Pionierlager. Jede von ihnen betreibt genau eine der Sportarten Tischtennis, Volleyball und Schwimmen. Außerdem ist bekannt:

(1) Marion leiht sich von der Volleyballspielerin gern gute Bücher.

(2) Die Volleyballspielerin und Petra haben nicht gleichviele Preise bei der Mathematikolympiade errungen.

(3) Marion geht in eine höhere Klasse als die Tischtennisspielerin.

Welche Sportart treibt jedes der drei Mädchen?

Aufgabe 110623:

Von dem berühmten Mathematiker Leonhard Euler (1707 bis 1783) stammt folgende Aufgabe:

Zerlege die Zahl 25 so in zwei Summanden, daß der größere Summand 49 mal so groß ist wie der kleinere Summand.

Hinweis: Die Summanden brauchen nicht natürliche Zahlen zu sein.

Aufgabe 110624:

Wenn man ein Drittel von Rainers Spargeld zu einem Fünftel dieses Spargeldes addiert, dann ist die Summe genau 7 Mark mehr als die Hälfte seines Spargeldes.

Wieviel Mark hat Rainer hiernach insgesamt gespart?

12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 120611:

Von 30 Schülern einer Klasse lesen regelmäßig 20 Schüler die Zeitschrift "Fröhlichsein und Singen" (Frösi), 12 Schüler die mathematische Schülerzeitschrift "alpha" und 6 Schüler weder "Frösi" noch "alpha".

Ermittle die Anzahl aller Schüler dieser Klasse, die beide Zeitschriften lesen!

Aufgabe 120612:

Ein Betrieb will unter Verwendung des gleichen Uhrwerks Uhren verschiedener Ausführung herstellen. Zu diesem Zwecke stehen sechs verschiedene Gehäuseausführungen, vier verschiedene Ausführungen von Zifferblättern und drei verschiedene Zeigerausführungen zur Verfügung.

Gib die Anzahl aller verschiedenen Ausführungen von Uhren an, die sich unter diesen Umständen herstellen lassen!

Aufgabe 120613:

In einem Raum mit einer rechteckigen Bodenfläche von 11 m Breite und 36 m Länge stehen 6 Maschinen mit Standflächen von folgendem Flächeninhalt:

Maschine A:	15 m^2	Maschine D:	60 m^2
Maschine B:	5 m^2	Maschine E:	18 m^2
Maschine C:	18 m^2	Maschine F:	50 m^2

Für die Lagerung und Bereitstellung der zu bearbeitenden Werkstücke werden an den Maschinen weitere Flächen mit folgendem Flächeninhalt benötigt:

An der Maschine A:	14 m^2	An der Maschine D:	21 m^2
An der Maschine B:	6 m^2	An der Maschine E:	13 m^2
An der Maschine C:	15 m^2	An der Maschine F:	17 m^2

Die restliche Bodenfläche soll für Transportwege genutzt werden.

a) Berechne (in m^2) den Flächeninhalt der Bodenfläche, die für Transportwege zur Verfügung steht!

b) Wir nehmen an, daß die Anordnung der Maschinen und der Lagerplätze es gestattet, die Transportwege aus Rechteckflächen von gleicher Breite zusammenzusetzen. Die Summe der Längen dieser Rechteckflächen wollen wir dann als "Gesamtlänge der Transportwege" bezeichnen.

Wie breit sind diese Transportwege, wenn sie eine Gesamtlänge von 48 m besitzen?

Aufgabe 120614:

Eine Strecke von 168 m Länge soll in drei Teilstrecken geteilt werden, deren Längen der Reihe nach mit a, b, c bezeichnet seien. Dabei soll die zweite Teilstrecke dreimal so lang wie die erste und die dritte Teilstrecke viermal so lang wie die erste sein.

Ermittle alle Möglichkeiten, die Längen a, b, c der Teilstrecken so anzugeben, daß eine Teilung mit diesen Eigenschaften entsteht!

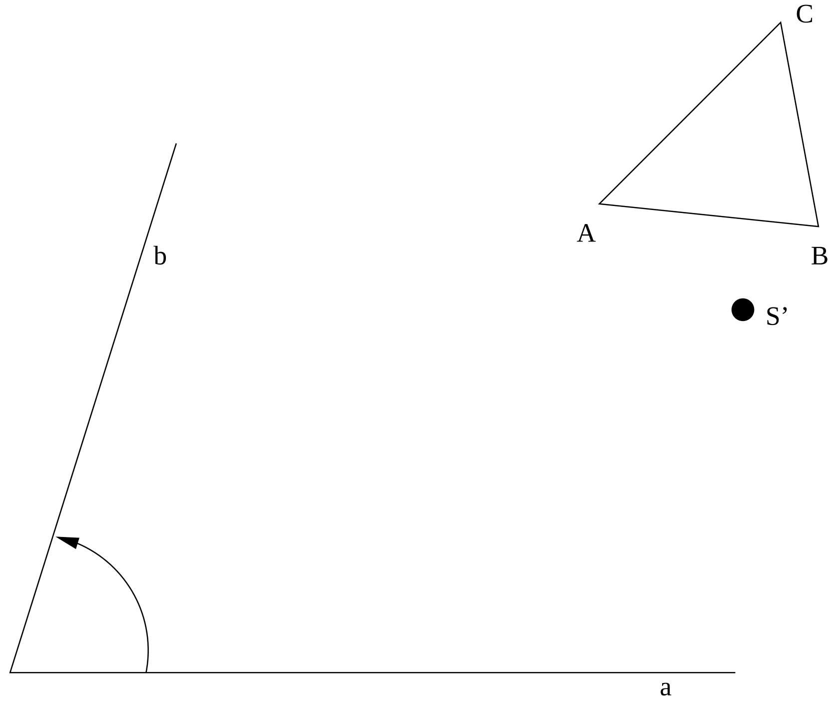
12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 120621:

Das abgebildete Dreieck ΔABC ist um den Drehpunkt S um den Drehwinkel $\sphericalangle(a,b)$ im angegebenen Drehsinn zu drehen.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dadurch entstehende Dreieck $\Delta A'B'C'$! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 120622:

An 11 Werktätige eines volkseigenen Betriebes wurden für insgesamt 2 650 M Prämien in Höhe von 150 M, 250 M, 350 M, 400 M und 500 M vergeben, wobei jede Prämienstufe mindestens einmal vorkam.

Ermittle die Anzahl aller Werktätigen, die mit je 150 M ausgezeichnet wurden!

Aufgabe 120623:

Nach einer Solidaritätssammlung für Vietnam verglichen die Thälmann-Pioniere Rita, Werner, Margot, Beate und Jan ihre Sammelergebnisse. Dabei stellten sie fest:

(1) Beate hatte mehr als Jan, jedoch weniger als Werner gesammelt.

(2) Rita sammelte 13 M, das war weniger, als Jan gesammelt hatte.

(3) Beates Sammelergebnis war um 4 M höher als das Ergebnis Ritas.

(4) Margot sammelte zwar 2 M weniger als Werner, aber 1 M mehr als Jan.

(5) Zwei Pioniere erzielten das gleiche Sammelergebnis.

Stelle fest, welches Sammelergebnis jeder der fünf Pioniere erzielt hatte.

Aufgabe 120624:

Manfred berichtete im Zirkel Junger Mathematiker von einem Besuch des Rostocker Überseehafens:

"Ich habe dort insgesamt 21 Schiffe aus fünf verschiedenen Ländern gesehen. Die Anzahl der Schiffe aus der DDR war halb so groß wie die aller im Hafen liegenden ausländischen Schiffe. Diese kamen aus der Sowjetunion, der Bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland sowie aus Indien. Dabei war die Anzahl der sowjetischen Schiffe um zwei größer als die der bulgarischen, diese wieder um eins größer als die der finnischen, diese schließlich um zwei größer als die der indischen Schiffe."

Ermittle die Anzahl der Schiffe aus der DDR, aus der Sowjetunion, der Bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland und aus Indien, die Manfred in Rostock gesehen hat!

13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130611:

Eine Strecke von 7 m Länge soll so in vier Teile geteilt werden, daß die zweite Teilstrecke 40 cm länger als die erste, die dritte 40 cm länger als die zweite und die vierte 40 cm länger als die dritte ist.

Untersuche, ob eine solche Einteilung möglich ist, und gib, wenn dies der Fall ist, die Längen jeder der vier Teilstrecken an!

Aufgabe 130612:

Für die "Galerie der Freundschaft" ist ein rechteckiges Bild mit den Seitenlängen 18 cm und 12 cm durch einen rechteckigen Rahmen von 3 cm Breite aus Zeichenkarton eingerahmt worden.

Ermittle den Flächeinhalt dieses Rahmens!

Aufgabe 130613:

2				
	8			
	11	16		

In die leeren Felder des abgebildeten Quadrats sind Zahlen so einzutragen, daß die eingetragenen Zahlen, von links nach rechts gelesen und auch von oben nach unten gelesen, immer größer werden und daß dabei für jede Zeile und für jede Spalte folgendes gilt: Alle Differenzen, die man in dieser Zeile bzw. in dieser Spalte zwischen zwei unmittelbar neben- bzw. untereinanderstehenden Zahlen bilden kann, haben einen für diese Zeile bzw. Spalte einheitlichen Wert.

Dabei heiße "Differenz": "rechte Zahl minus linke Zahl" bzw. "untere Zahl minus obere Zahl".

Gib ferner für jede Zeile und für jede Spalte die für sie charakteristische Differenz an!

Aufgabe 130614:

Jörg und Claudia streiten sich darüber, ob es unter den natürlichen Zahlen von 0 bis 1000 mehr solche gibt, bei deren dekadischer Darstellung (mindestens) eine 5 vorkommt, als solche, bei denen das nicht der Fall ist. Stelle fest, wie die richtige Antwort auf diese Frage lautet!

13. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130621:

Eine rechteckige Glasscheibe ist 24 cm lang und 22 cm breit. Daraus sollen rechteckige Scheiben von 8 cm Länge und 6 cm Breite geschnitten werden.

Welches ist die größte Anzahl derartiger Scheiben, die man dabei erhalten kann? Stelle eine Möglichkeit, diese größte Anzahl zu gewinnen, in einer Zeichnung im Maßstab 1 : 2 dar!

Aufgabe 130622:

Vier undurchsichtige Würfel mit den Kantenlängen $a_1 = 24$ cm, $a_2 = 12$ cm, $a_3 = 6$ cm und $a_4 = 3$ cm sollen so übereinander auf eine undurchsichtige Tischplatte gestellt werden, daß der größte zuunterst, darauf der nächstgrößte u.s.w., schließlich der kleinste Würfel zuoberst steht, wobei jeder der Würfel vollständig auf der Deckfläche des unter ihm stehenden (bzw. auf der Tischplatte) ruht (d.h. ohne über diese Fläche hinauszuragen).

Ermittle von diesen Würfeln den Gesamtflächeninhalt derjenigen Oberflächenteile, die sichtbar (d.h. nicht verdeckt) sind!

Aufgabe 130623:

Klaus hat gehört, daß in einer 6. Klasse von allen Schülern eine Mathematik-Klassenarbeit geschrieben wurde, bei der kein Schüler die Note "5" bekam. Ein Sechstel der Klasse schrieb eine "1", ein Drittel eine "2" und nur ein Neuntel eine "4". Über die Anzahl der Schüler dieser Klasse wußte Klaus nur, daß sie größer als 10, aber kleiner als 40 war. Er fragt sich, wieviel Schüler insgesamt bei der erwähnten Klassenarbeit eine "3" geschrieben hatten.

Stelle fest, ob diese Anzahl mit den in der Aufgabe enthaltenen Angaben eindeutig zu ermitteln ist! Wenn das nicht der Fall ist, dann ermittle alle mit den Angaben vereinbaren Antworten auf Klaus' Frage!

Aufgabe 130624:

Werner schreibt 50*0*05 an die Tafel und will danach für jedes der Zeichen * eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so eintragen, daß eine durch 9 teilbare Zahl entsteht.

Gib sämtliche Möglichkeiten einer derartigen Eintragung (also alle so erhältlichen durch 9 teilbaren Zahlen) an!

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 140611:

2^6	2^2	2^7
e	b	2^4
d	c	a

In der abgebildeten Tabelle sind statt der Buchstaben a, b, c, d, e Zweierpotenzen so einzutragen, daß die aus den drei Zweierpotenzen jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen gebildeten Produkte jeweils einander gleich sind.

Beweise, daß es genau eine Möglichkeit für eine derartige Eintragung gibt, und nenne diese Eintragung!

Aufgabe 140612:

Bernd und Monika unterhalten sich über die letzte Zusammenkunft ihrer Arbeitsgemeinschaft Junger Mathematiker, bei der genau 6 Jungen mehr anwesend waren als Mädchen. Bernd meint, daß bei dieser Veranstaltung von den 25 Zirkelteilnehmern genau 2 gefehlt hätten. Monika entgegnet nach einigem Überlegen, daß das nicht stimmen könne.

Wer von beiden hat recht?

Aufgabe 140613:

Ein Radfahrer fuhr mit gleichbleibender Geschwindigkeit auf einer Straße von A nach B. Er startete in A um 6.00 Uhr und legte in jeder Stunde 12 km zurück. Ein zweiter Radfahrer, der denselben Weg von A nach B ebenfalls mit gleichbleibender Geschwindigkeit fuhr, startete am selben Tag um 7.00 Uhr in A und legte in jeder Stunde 15 km zurück. Er traf mit dem ersten Radfahrer zur gleichen Zeit in B ein.

a) Um wieviel Uhr holte der zweite Radfahrer den ersten ein?

b) Wie lang ist der Weg von A nach B?

Aufgabe 140614:

Jemand schreibt 3 * 6 * 5 und möchte dann die Sternchen * so durch Ziffern ersetzen, daß eine fünfstellige durch 75 teilbare Zahl entsteht.

Ermittle alle fünfstelligen, durch 75 teilbaren Zahlen, die unter diesen Bedingungen entstehen können!

14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

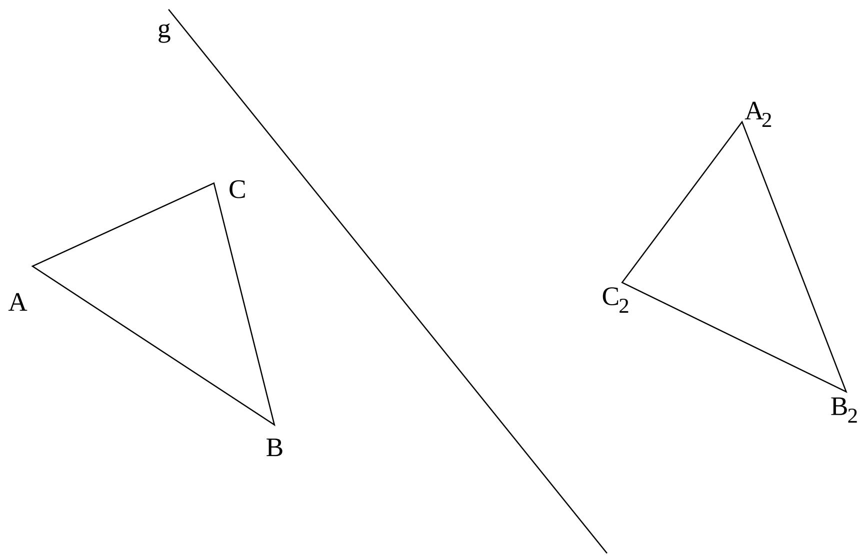
Aufgabe 140621:

Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC und ein Dreieck $A_2B_2C_2$, ein Punkt P sowie eine Gerade g abgebildet.

Das Dreieck $A_2B_2C_2$ ist aus dem Dreieck ABC durch folgende Konstruktionen entstanden:

Zunächst wurde ΔABC an g gespiegelt, wobei ein Dreieck $A_1B_1C_1$ entstand. Danach wurde auf $\Delta A_1B_1C_1$ eine solche Verschiebung angewendet, daß $\Delta A_2B_2C_2$ als Bild des Dreiecks $A_1B_1C_1$ entstand.

Konstruiere unter Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PQ}$ dieser auf $\Delta A_1B_1C_1$ anzuwendenden Verschiebung. Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 140622:

Klaus behauptet, eine von ihm aufgeschriebene natürliche Zahl z habe folgende Eigenschaften:

(1) Vertauscht man zwei geeignete Ziffern von z miteinander, so ist die auf diese Weise entstehende Zahl z' um 198 größer als z.

(2) Die Summe aus z und z' beträgt 13 776.

Stelle fest, ob es genau eine Zahl z mit den von Klaus genannten Eigenschaften gibt! Wenn dies der Fall ist, so ermittle diese Zahl!

Aufgabe 140623:

Anita, Brigitte, Christa und Dana trugen untereinander einen Wettkampf aus. Auf die Frage, wer den ersten, zweiten, dritten bzw. vierten Platz belegte, wurden folgende drei Aussagen gemacht:

(1) Anita siegte, Brigitte belegte den zweiten Platz.

(2) Anita belegte den zweiten Platz, Christa den dritten.

(3) Dana belegte den zweiten, Christa den vierten Platz.

Wie sich herausstellte, wurde in jeder der drei Aussagen (1), (2), (3) eine Plazierung richtig und eine falsch angegeben.

Wer belegte den ersten, zweiten, dritten bzw. vierten Platz?

Aufgabe 140624:

Ein Radfahrer fuhr mit gleichbleibender Geschwindigkeit auf einer Straße von A nach B. Er startete in A um 6.00 Uhr und legte in jeder Stunde 14 km zurück. Ein zweiter Radfahrer fuhr auf derselben Straße mit gleichbleibender Geschwindigkeit von B nach A. Er startete am selben Tag um 8.00 Uhr in B und legte in jeder Stunde 21 km zurück.

Beide Radfahrer begegneten sich genau am Mittelpunkt der Strecke von A nach B.

Um wieviel Uhr begegneten sie sich? Wie lang ist die Strecke von A nach B?

15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 150611:

Die Volksrepublik Polen lieferte vom 6. Dezember 1974 (erster Liefertag) bis zum 18. Dezember 1974 (letzter Liefertag) eine Gesamtmenge von 132 000 t Steinkohle und 24 000 t Koks auf dem Wasserwege in die Hauptstadt der DDR. Die Lieferung erfolgte auf Schleppkähnen mit einem Fassungsvermögen von je 600 t.

Wieviel dieser Kahnladungen trafen im angegebenen Zeitraum durchschnittlich an jedem Tag in Berlin ein (wobei Sonntage als Liefertage mitgerechnet seien)?

Aufgabe 150612:

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{a} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{b} \\ - & & & & - \\ \boxed{c} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{d} \\ \cline{1-1}\cline{5-5} \boxed{e} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{a} \end{array}$$

In dem abgebildeten Kryptogramm sind in die Kästchen statt der Buchstaben Ziffern so einzusetzen, daß alle fünf angegebenen Aufgaben richtig gelöst sind.

Dabei sollen gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern bedeuten. Als Lösung genügt nicht, wie bei solchen "Zahlenrätseln" sonst üblich, die Angabe von gesuchten Zahlen. Es muß nachgewiesen werden, daß die angegebenen Zahlen alle gestellten Forderungen erfüllen und daß sie die einzigen Zahlen sind, die das tun.

Aufgabe 150613:

Im Jahre 1770 gab der Schweizer Mathematiker Leonard Euler ein Lehrbuch der Algebra heraus, das mehr als 100 Jahre lang zu den meistgelesenen Algebrabüchern gehörte. Eine Aufgabe aus diesem Lehrbuch lautet:

> Die Zahl 25 ist so in zwei Summanden zu zerlegen, daß der größere der beiden Summanden 49 mal so groß ist wie der andere.
>
> Untersuche, ob eine solche Zerlegung möglich ist, und ermittle, wenn dies der Fall ist, die beiden dabei auftretenden Summanden!

Aufgabe 150614:

Eine Pioniergruppe sammelt Altpapier. Bei der Abrechnung stellte sich heraus, daß das Sammelergebnis der letzten beiden Tage ein Viertel der insgesamt erreichten Menge betrug, und zwar waren am letzten Tag 27 kg gesammelt worden und am vorletzten Tag 6 kg weniger als am letzten Tag.

Wieviel Kilogramm betrug die insgesamt gesammelte Menge Altpapier?

15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 150621:

Ein sowjetischer Hubschrauber vom Typ Mi-10 kann eine Nutzlast von 15 000 kp befördern. Bei einem Transport von Sperrgut mit drei Hubschraubern dieses Typs wurde der erste Hubschrauber zu $\frac{1}{3}$, der zweite zu $\frac{7}{8}$ und der dritte zu $\frac{3}{5}$ seiner Tragfähigkeit ausgelastet.

Ermittle das Gesamtgewicht des in diesem Transport von den drei Hubschraubern beförderten Sperrgutes!

Aufgabe 150622:

Das Wohnschiff "Kuhle Wampe", das im Berliner Stadtbezirk Köpenick ständig vor Anker liegt, beherbergt FDGB-Urlaubsgäste. Aus einem Prospekt ist ersichtlich, daß es insgesamt für 41 Urlauber Plätze bietet und daß diese Plätze sich in Zweibett- und Dreibettkabinen aufteilen.

Ermittle alle Möglichkeiten für die Aufteilung der Plätze, die sich mit diesen Angaben vereinbaren lassen.

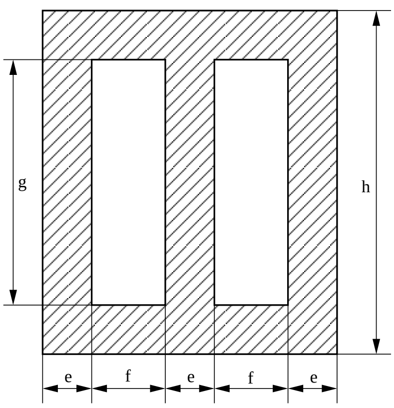
Aufgabe 150623:

Zeichne einen Kreis k mit dem Mittelpunkt M und einem Durchmesser von $6,4$ cm! Trage in diesen Kreis zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser ein und bezeichne ihre auf k liegenden vier Endpunkte der Reihe nach entgegen dem Uhrzeigersinn mit A, B, C, D! Die Gerade durch B und C sei g, die Gerade durch C und D sei h.

Spiegele den Kreis k an g und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises M_1!
Spiegele den Kreis k an h und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises M_2!

Als Lösung gilt die ausgeführte Konstruktion ohne Beschreibung.

Aufgabe 150624:



Berechne den Inhalt A der schraffierten Fläche der in der Abbildung dargestellten Figur (die Maße sind der Abbildung zu entnehmen)

a) für $e = 10$ mm, $f = 15$ mm, $g = 50$ mm, $h = 70$ mm,

b) allgemein, indem du eine Formel für A herleitest, in der nur die Variablen e, f, g, h auftreten!

16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 160611:

$$\begin{array}{cccc}
\text{AAA} & \cdot\ \text{A} & = & \text{BBB} \\
+ & & & - \\
\text{CCC} & \cdot\ \text{E} & = & \text{DDD} \\
\hline
\text{FFF} & :\ \text{F} & = & \text{GGG}
\end{array}$$

In diesem Schema sind für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern stehen und daß alle fünf angegegebenen Rechenaufgaben richtig gerechnet sind.

Ermittle alle möglichen derartigen Eintragungen!

Aufgabe 160612:

Knut ist ein sehr trainierter Radfahrer. Bei einem Ausflug legte er auf seinem Fahrrad in der Minute durchschnittlich 320 m zurück. Er fuhr um 7.00 Uhr mit seinem Rad ab und erreichte um 11.00 Uhr sein Ziel. Von 9.00 Uhr bis 9.20 Uhr hatte er gerastet, in der übrigen Zeit ist er ununterbrochen gefahren.

Wie lang (in km) ist die dabei von Knut insgesamt zurückgelegte Strecke?

Aufgabe 160613:

Luise sucht eine natürliche Zahl x, die sie vom Zähler des Bruches $\frac{17}{19}$ subtrahieren und gleichzeitig zum Nenner dieses Bruches addieren möchte, wobei der so entstehende Bruch den Wert $\frac{7}{11}$ erhalten soll.

Stelle fest, ob es eine solche Zahl x gibt, ob sie die einzige ist, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt, und wie sie lautet!

Aufgabe 160614:

Eine Gruppe von mehr als 10, aber weniger als 50 Thälmann-Pionieren wollte eine Wanderfahrt durchführen. Sie brauchte dazu genau 91 Mark. Jeder Pionier der Gruppe zahlte eine einheitlich festgesetzte Anzahl von 1-Mark-Stücken (und keine weiteren Geldbeträge) in die Reisekasse. Ein dann noch fehlender Restbetrag von genau 26 Mark wurde aus der Pionierkasse bestritten.

Ermittle die Anzahl der Pioniere dieser Gruppe und den Betrag, den jeder von ihnen zur Bezahlung dieser Fahrt in die Reisekasse zahlte!

16. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 160621:
Ludwig sagt: "Ich kann die Leserzahl 58 125 der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" als Ergebnis der Additionsaufgabe

$$\begin{array}{cccccc} & A & L & P & H & A \\ + & & & H & E & I \\ + & & & T & E & R \\ \hline & 5 & 8 & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

erhalten, indem ich für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) einsetze, und zwar für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern, und wenn ich noch weiß, daß $I < R$ ist und die Ziffern $EHPL$ in dieser Reihenfolge hintereinander gelesen die Zahl 1976 ergeben.

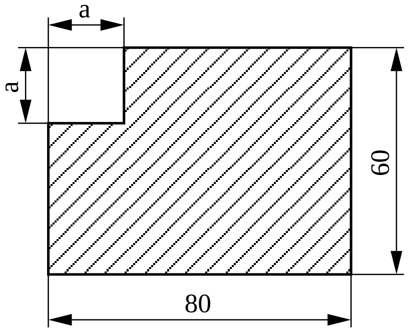
Welche Ziffern sind für die Buchstaben einzusetzen, damit alle diese Angaben zutreffen?"

Überprüfe, ob die ermittelte Einsetzung alle Forderungen erfüllt, und ob es noch andere derartige Eintragungen gibt!

Aufgabe 160622:
In einem Pionierlager wurden in vier Räumen 65 Thälmann-Pioniere untergebracht. Der eine Raum hat 68 m^2 Bodenfläche, der zweite 76 m^2, der dritte 64 m^2 und der vierte 52 m^2. Die Pioniere wurden so untergebracht, daß auf jeden von ihnen die gleiche Anzahl von Quadratmetern Bodenfläche kam.

Ermittle für jeden der vier Räume die Anzahl der Thälmann-Pioniere, die jeweils untergebracht wurden!

Aufgabe 160623:



Die abgebildete schraffierte Fläche besteht aus einer Rechteckfläche, aus der eine quadratische Fläche herausgeschnitten wurde. Die schraffierte Fläche hat einen Flächeninhalt von 44 cm^2.

Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist die Seitenlänge a (in mm) des herausgeschnittenen Quadrats zu berechnen.

Aufgabe 160624:

Ein Kraftfuttergemisch für Zuchteber ist aus Haferschrot, Weizenkleie, Gerstenschrot, Mineralstoffen und Wasser zusammengesetzt, und zwar ist

die Hälfte des Gemischs Haferschrot,

$\frac{1}{10}$ des Gemischs ist Weizenkleie,

$\frac{1}{4}$ des Gemischs ist Gerstenschrot,

$\frac{1}{100}$ des Gemischs sind Mineralstoffe,

der Rest ist Wasser.

Berechne (in kg) den Anteil an Wasser, den 35 kg dieses Kraftfuttergemischs enthalten!

17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170611:
In der DDR wurden folgende Mengen von Stickstoffdüngemitteln (in t) produziert

1950	1960	1970	1974
231 000	334 000	395 000	424 000

Dabei wurden die Ergebnisse von Jahr zu Jahr gesteigert.

Berechne, um wieviel Tonnen die Stickstoffdüngemittelproduktion im Durchschnitt jährlich gesteigert wurde:

a) von 1951 bis 1960

b) von 1961 bis 1970

c) von 1971 bis 1974!

Aufgabe 170612:
Von zwei Häfen A und B, die durch eine Schiffahrtsroute der Länge 240 km miteinander verbunden sind, legten gleichzeitig zwei Schiffe ab und fuhren auf dieser Route einander entgegen, jedes für sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Das eine entwickelte eine Geschwindigkeit von 18 km je Stunde. Nach fünfstündiger Fahrt waren die Schiffe einander noch nicht begegnet; jedoch betrug die Länge des zwischen ihnen liegenden Teils der Route nur noch 45 km.

Wieviel Kilometer legte das zweite Schiff durchschnittlich in jeder Stunde zurück?

Aufgabe 170613:
Jeder der 27 Pioniere der Klasse 6a sammelte durchschnittlich 5 Flaschen und 8 kg Altpapier. Für jede Flasche gab es 5 Pfennig und für je 1 kg Altpapier 15 Pfennig. Die Klasse 6b sammelte Altstoffe für insgesamt 25 M.

Reicht das so erworbene Geld für die gemeinsame Eisenbahnfahrt beider Klassen zum Wandertag, die 60 M kosten wird?

Aufgabe 170614:
Bei einem Sportwettkampf beteiligten sich die Pioniere Anton, Bernd, Christian, Detlef, Ernst und Frank am Hochsprungwettbewerb. Über das Ergebnis gelten folgende Aussagen:

(1) Anton sprang höher als Frank, erreichte aber eine kleinere Sprunghöhe als Detlef.

(2) Frank und Ernst erreichten verschiedene Sprunghöhen; es ist jedoch nicht wahr, daß Frank höher sprang als Ernst.

(3) Christian sprang genau so hoch wie Anton, aber höher als Ernst.

(4) Es ist falsch, daß Bernd die Sprunghöhe eines anderen Schülers erreichte oder übertraf.

Ermittle die Reihenfolge der Sprunghöhen, die die Pioniere bei diesem Wettkampf erreichen! Beginne bei der Angabe der Reihenfolge mit dem Schüler, der die größte Sprunghöhe erreichte!

17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170621:

Eine Expedition von Wissenschaftlern legte am ersten Tag ein Drittel der geplanten Gesamtstrecke, am zweiten Tag 150 km und am dritten Tag noch einmal ein Viertel der Gesamtstrecke zurück und erreichte damit den Zielort.

Wie lang war die von der Expedition zurückgelegte Strecke?

Aufgabe 170622:

Bei einem Schulsportfest bestritten Christa, Doris, Elke, Franziska und Gitta den 60-m-Endlauf. Auf die Frage, welche Plätze diese fünf Schülerinnen beim Einlauf ins Ziel belegen würden, machten einige der zuschauenden Klassenkameraden folgende Voraussagen:

(1) Christa wird nicht unmittelbar vor Elke ins Ziel kommen.

(2) Elke wird entweder als Vorletzte einlaufen oder sogar einen noch besseren Platz belegen.

(3) Es ist nicht wahr, daß Doris nicht schneller als Gitta laufen wird.

(4) Franziska wird einen anderen als den dritten Platz belegen.

Als der Endlauf vorbei war, wurde festgestellt, daß die fünf Schülerinnen sämtlich verschiedene Zeiten gelaufen waren und daß alle vier Voraussagen über den Einlauf falsch waren.

Wie lautet nach diesen Angaben die tatsächliche Reihenfolge des Einlauf?

Aufgabe 170623:

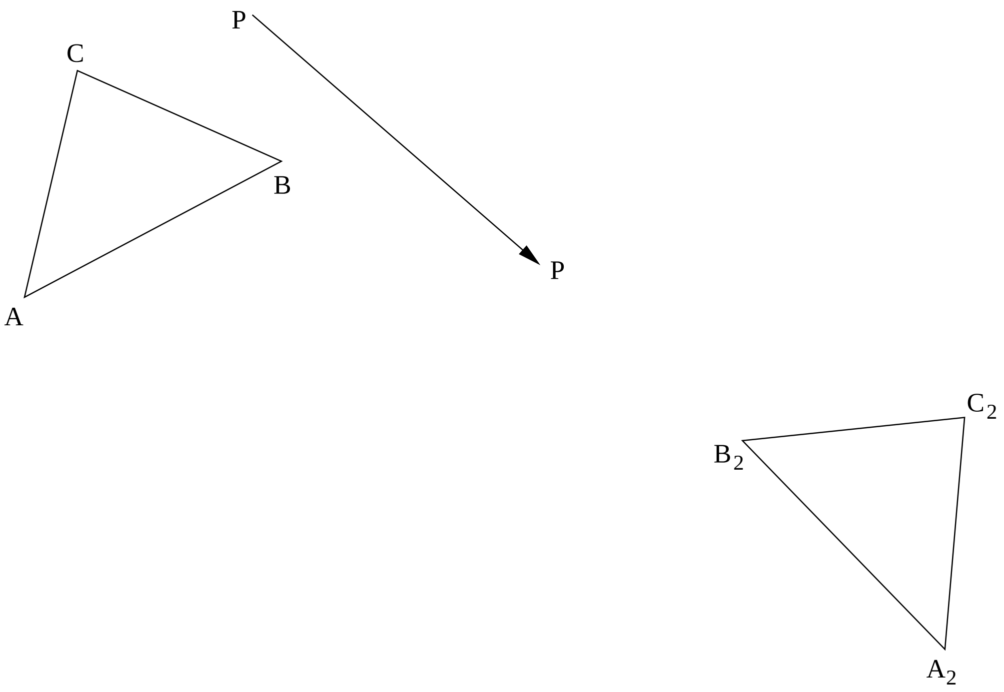
In der Dreherei eines Betriebes dreht man Einzelteile aus Bleirohlingen. Jeder Bleirohling ergibt ein Einzelteil. Die Abfallspäne, die man bei der Anfertigung von je 6 Einzelteilen erhält, kann man schmelzen und daraus noch einen Bleirohling anfertigen. (Jede kleinere Menge von Abfallspänen ist hierfür zu wenig.)

Welches ist die größte Anzahl von Einzelteilen, die man hiernach insgesamt aus 36 Rohlingen anfertigen kann?

Aufgabe 170624:

Auf der Abbildung sind ein Dreieck ABC, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$, sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet. Gesucht ist eine Gerade g mit folgender Eigenschaft: Wendet man auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$ und dann die Spiegelung an der Geraden g an, so entsteht das Dreieck $A_2B_2C_2$.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal eine Gerade g mit dieser Eigenschaft! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



P
C
B
P
A
C_2
B_2
A_2

18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180611:

In einem Stadtbezirk Leipzigs wurden 260 große Wohnungen renoviert. Bei einem Zehntel dieser Wohnungen hat jede Wohnung $55\,\mathrm{m}^2$ Wohnfläche; bei einem Viertel der 260 Wohnungen hat jede Wohnung $67\,\mathrm{m}^2$ Wohnfläche; jede andere der 260 Wohnungen hat $80\,\mathrm{m}^2$ Wohnfläche.

Berechne die gesamte Wohnfläche dieser 260 renovierten Wohnungen!

Aufgabe 180612:

Eine Zahl z soll in der Gestalt $z = *3*60$ geschrieben werden, wobei jeder Stern $(*)$ so durch eine der Ziffern 0 bis 9 zu ersetzen ist, daß z die beiden folgenden Eigenschaften hat:

(1) $60\,000 < z < 100\,000$,

(2) z ist durch 9 teilbar.

Ermittle alle Zahlen z, die diesen Bedingungen genügen!

Aufgabe 180613:

Fred, Gerd, Hans und Ingo sind Schüler der Klassen 6a, 6b, 7a, 7b, und zwar ist in jeder dieser Klassen einer der vier Schüler. In einem Gespräch, an dem nur Fred und die beiden Schüler der 7. Klasse beteiligt waren, stellt Hans fest, daß drei der vier Schüler nur je eine der Zeitschriften "alpha" und "technikus" lesen, nämlich Fred, Gerd und der Schüler der 6a. Der Schüler der 7b dagegen liest sowohl den "technikus" als auch die Zeitschrift "alpha".

Zu welcher Klasse gehört nach diesen Angaben jeder der vier Schüler, und welcher Schüler liest die beiden Zeitschriften "alpha" und "technikus"?

Aufgabe 180614:

Drei Pioniere einer Schule, Klaus, Silvia und Frank, wurden zur Kreisolympiade Junger Mathematiker delegiert und errangen dort einen ersten, einen zweiten bzw. einen dritten Preis. Als später Rainer nach dem Abschneiden seiner Mitschüler gefragt wurde, sagte er:

> "Ich glaube, Silvia errang keinen ersten Preis, Klaus bekam keinen zweiten Preis, den erhielt nämlich Frank."

Wie sich anschließend herausstellte, war unter den drei Aussagen Rainers genau eine wahr, die anderen beiden waren dagegen falsch.

Welcher von den drei genannten Pionieren erhielt den ersten, welcher den zweiten und welcher den dritten Preis?

18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180621:

a) Die Multispektralkamera MKF-6 von Sojus-22 fotografierte bei jeder Aufnahme ein rechteckiges Gebiet von 115 km Breite und 165 km Länge.

   Berechne den Flächeninhalt eines solchen Gebietes!

b) Während der 83. Erdumkreisung am 20. September 1976 überflog Sojus 22 die DDR in Richtung von Eisenach nach Pasewalk. Auf einer Landkarte im Maßstab 1 : 700 000 hat die dabei überflogene Strecke eine Länge von 65 cm.

   Wie lang ist diese Strecke in Wirklichkeit? (Angabe in km) (Rechnung ohne Berücksichtigung der Erdkrümmung)

Aufgabe 180622:

Ermittle alle zweistelligen Zahlen z, die die folgenden Bedingungen (1), (2) gleichzeitig erfüllen:

(1) Die Einerziffer von z ist um 1 kleiner als die Zehnerziffer von z.

(2) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, so erhält man eine zweistellige Primzahl.

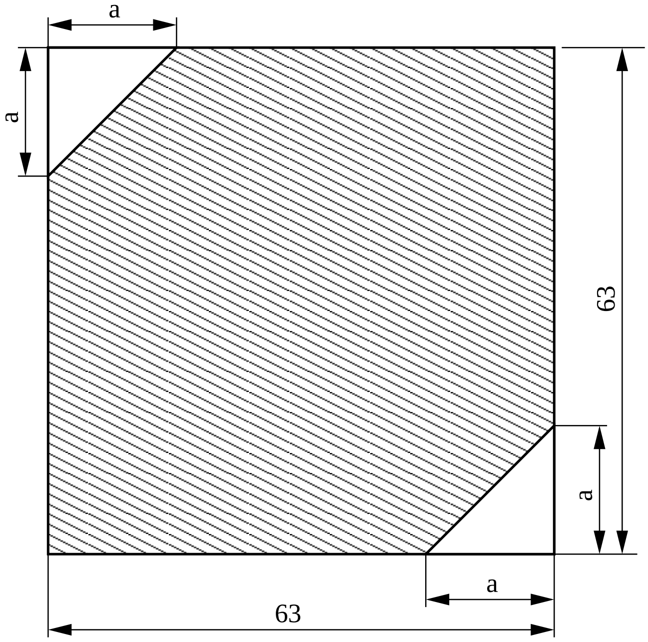
Aufgabe 180623:

In einer Verkaufsstelle wird ein Artikel in drei verschiedenen Ausführungen angeboten, wobei die Ausführungen unterschiedlich im Preis sind.

Beate kauft von jeder Ausführung dieses Artikels ein Stück und bezahlt insgesamt $10,50$ M. Hätte sie drei Stück von der billigsten Ausführung gekauft, dann hätte sie $0,75$ M gespart. Hätte sie dagegen drei Stück von der teuersten Ausführung gekauft, dann hätte sie $0,75$ M mehr bezahlen müssen.

Wieviel kostet jede der drei Ausführungen dieses Artikels?

Aufgabe 180624:



Die abgebildete schraffierte Fläche ist $38\,\mathrm{cm}^2$ groß. Sie ist aus einer quadratischen Fläche entstanden, von der zwei (gleichgroße) dreieckige Flächen abgeschnitten wurden.

Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist die Seitenlänge a der Dreiecke (in mm) zu berechnen.

19. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 190611:

Von einem Busbahnhof fahren um 12.00 Uhr gleichzeitig vier Busse ab. Die Zeit, die jeweils bis zur nächsten Rückkehr und anschließenden erneuten Abfahrt vom gleichen Busbahnhof vergeht, beträgt

für den ersten Bus $\frac{3}{4}$ h,

für den zweiten Bus $\frac{1}{2}$ h,

für den dritten Bus 36 Minuten und

für den vierten Bus 1 Stunde.

Zu welcher Uhrzeit fahren hiernach erstmalig alle vier Busse wieder gleichzeitig von dem Busbahnhof ab? Wie viele Fahrten hat jeder der vier Busse bis dahin durchgeführt?

Aufgabe 190612:

Ulrike möchte vier natürliche Zahlen in einer bestimmten Reihenfolge angeben, so daß folgendes gilt:

Die zweite Zahl ist um 1 kleiner als das Doppelte der ersten Zahl,

die dritte Zahl ist um 1 kleiner als das Doppelte der zweiten Zahl,

die vierte Zahl ist um 1 kleiner als das Doppelte der dritten Zahl,

die Summe der vier angegebenen Zahlen beträgt 79.

Zeige, wie man alle Zahlen finden kann, die diese Bedingungen erfüllen! Überprüfe, ob die gefundenen Zahlen alle Bedingungen erfüllen!

Aufgabe 190613:

In einem Kästchen befinden sich 12 rote, 15 blaue und 8 gelbe Kugeln, die sich nur durch ihre Farbe unterscheiden. Anke will mit verbundenen Augen eine Anzahl dieser Kugeln herausnehmen. Die Anzahl will sie so wählen, daß sie mit Sicherheit erreicht, daß sich unter den herausgenommenen Kugeln 5 von gleicher Farbe befinden.

Sie meint:	"Es genügt hierzu, 15 Kugeln herauszunehmen."
Birgit meint:	"Es genügen sogar 13 Kugeln."
Cornelia behauptet:	"Es genügen dafür 12 Kugeln."

Entscheide für jede der drei Meinungen, ob sie wahr ist, und begründe deine Entscheidung!

Aufgabe 190614:

Drei Pioniere einer Schule, Karin, Dieter und Frank, wurden zur Kreisolympiade Junger Mathematiker delegiert und errangen einen ersten, einen zweiten und einen dritten Preis (jeder der drei Pioniere genau einen dieser Preise). Später erkundigte sich Anette nach dem Abschneiden der drei Olympiadeteilnehmer. Man sagte ihr:

"Dieter erhielt keinen ersten Preis." (1)

"Karin erhielt keinen zweiten Preis." (2)

"Frank erhielt einen zweiten Preis" (3)

Später stellte sich heraus, daß von diesen drei Aussagen genau eine wahr, die anderen dagegen falsch waren.

Welcher der drei Schüler erhielt hiernach den ersten, welcher den zweiten und welcher den dritten Preis?

19. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 190621:

Gegeben seien zwei einander schneidende Geraden. Die Größen dreier der dabei entstehenden vier Schnittwinkel haben die Summe 226°.

Ermittle die Größe jedes einzelnen dieser vier Schnittwinkel!

Aufgabe 190622:

In einem Regal einer HO-Verkaufsstelle liegen sechs Geschenkartikel zum Preis von

15 M, 16 M, 18 M, 19 M, 20 M bzw. 31 M,

von jeder Sorte genau ein Stück.

Ein Käufer kaufte genau zwei dieser Geschenke, ein anderer genau drei. Der zweite Käufer hatte doppelt soviel zu bezahlen wie der erste.

Ermittle aus diesen Angaben, welche der sechs Geschenke vom ersten und welche vom zweiten Käufer gekauft wurden!

Aufgabe 190623:

Zum Montieren eines Gerätes sind insgesamt 110 Stunden geplant. Die Montage wird in drei Abschnitten erfolgen. Für den zweiten Abschnitt ist genau dreimal soviel Zeit vorgesehen wie für den ersten; der dritte Abschnitt soll genau halb so lange dauern wie der zweite.

Untersuche, welche Zeiten man hiernach für jeden einzelnen Abschnitt zu planen hat! Überprüfe, ob diese Zeiten alle gestellten Forderungen erfüllen!

Aufgabe 190624:

Ein automatischer Nummernstempel für ein Serienprodukt druckt in jeder Sekunde genau eine natürliche Zahl. Er beginnt mit der Zahl 0 und setzt dann das Drucken der Reihe nach mit den aufeinanderfolgenden Zahlen 1, 2, 3, ... fort.

Ermittle die Anzahl aller Ziffern 1, die der Stempel in der ersten Viertelstunde insgesamt zu drucken hat!

20. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 200611:

a		l
	p	
h		a

Petra, eine eifrige Leserin der mathematischen Schülerzeitschrift *alpha*, stellt in einer Arbeitsgemeinschaft ihren Mitschülern folgende Aufgabe:

In der abgebildeten Figur sind für a, h, l, p natürliche Zahlen so einzutragen, daß sich in jeder der beiden Diagonalen D_1, D_2 die Summe 80 ergibt. Dabei soll die Zahl a doppelt so groß wie die Zahl p sein; für l soll eine Primzahl eingetragen werden und für h eine Primzahl, die größer als das Zehnfache von l ist.

Ermittle alle Eintragungen, die diese Bedingungen erfüllen! Gib an, wie du sie gefunden hast!

Aufgabe 200612:

Aus dem Wirtschaftsbuch eines Erholungsheimes war ersichtlich, daß man für 25 Urlauber, die 14 Tage lang versorgt wurden, insgesamt 21 kg Butter verbraucht hatte.

Berechne, wieviel kg Butter für 30 Personen, die 6 Tage lang versorgt werden sollen, insgesamt bereitgestellt werden müssen, wenn je Person und Tag eine gleichgroße Buttermenge wie im angegebenen Beispiel verbraucht werden soll!

Aufgabe 200613:

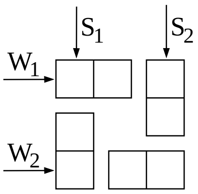
Ermittle aus der Menge aller natürlichen Zahlen von 20 bis 39 alle diejenigen, die durch das Produkt ihrer beiden Ziffern teilbar sind!

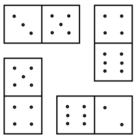
Aufgabe 200614:

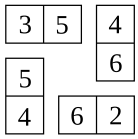
Klaus spielt mit Dominosteinen. Er legt jeweils vier Dominosteine so zusammen, wie es das Bild a) zeigt. Dabei entstehen zwei waagerechte Streifen W_1, W_2 und zwei senkrechte Streifen S_1, S_2. Jeder dieser vier Streifen enthält drei Zahlenfelder. Diese sollen für jeden der vier Streifen dieselbe Summe ergeben; in Bild b) z.B. ist diese Summe 12. Die sonst übliche Regel, daß benachbarte Steine nur mit gleichlautenden Zahlenfeldern aneinanderstoßen dürfen, braucht nicht befolgt zu werden. Anstelle der üblichen Punktsymbole seien die Dominosteine einfacher mit Zahlenzeichen wiedergegeben; siehe Bild c).

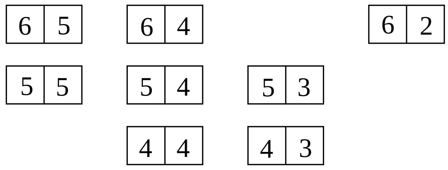
Nachdem Klaus mehrmals Steine in der genannten Weise zusammengelegt hat, verbleiben ihm noch die acht in Bild d) abgebildeten Steine. Er will vier von diesen Steinen in der beschriebenen Art zusammenlegen, wobei in jedem der vier Streifen W_1, W_2, S_1, S_2 die Summe 13 entsteht.

Gib mindestens fünf Möglichkeiten hierfür an! Dabei sollen keine zwei der anzugebenden Möglichkeiten dieselben vier Steine enthalten. Eine Begründung für die anzugebenden Möglichkeiten wird nicht verlangt.

a) 

b) 

c) 

d) 

20. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 200621:

Ein Flugzeug, das mit konstanter (gleichbleibender) Geschwindigkeit von A nach B fliegt, war um 10.05 Uhr noch 2 100 km, um 11.20 Uhr nur noch 600 km von B entfernt.

Um welche Zeit wird es in B eintreffen, wenn es mit der bisherigen Geschwindigkeit weiterfliegt?

Aufgabe 200622:

Ein leeres quaderförmiges Wasserbecken ist 22 m lang, 6 m breit und 2 m tief. Beim Füllen des Beckens fließen in jeder Minute 900 l Wasser in das Becken.

Nach welcher Zeit ist das Becken bis zu einer Höhe von genau 1,50 m gefüllt? Wir nehmen an, daß der Boden des Wasserbeckens genau waagerecht ist.

Aufgabe 200623:

Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen z, für die $1\,000 \leq z \leq 1\,700$ gilt und die durch 9, 12 und 14 teilbar sind!

Aufgabe 200624:

Vier Schüler, je einer aus der Klasse 5a, 5b, 6a, 6b, unterhalten sich über die Zeitschriften, die sie regelmäßig lesen. Die Schüler heißen Fred, Gerd, Hans und Ingo mit Vornamen. Wie sich herausstellt, liest jeder von ihnen genau eine der beiden Zeitschriften ”alpha” bzw. ”Frösi” regelmäßig. Ferner werden folgende Angaben gemacht:

(1) Der Schüler aus der Klasse 5b liest nicht die Zeitschrift ”alpha”.

(2) Hans und außer ihm der Schüler der Klasse 5a lesen die Zeitschrift ”alpha” regelmäßig.

(3) Fred und außer ihm der Schüler der Klasse 6b lesen die Zeitschrift ”Frösi” regelmäßig. Gerd dagegen nicht.

(4) Der Schüler der Klasse 6a, der Schüler der Klasse 5b und außer diesen beiden noch Gerd wurden von Ingo zum Geburtstag eingeladen.

Gesucht ist eine Zuordnung, durch die beschrieben wird, welcher der vier Schüler welche Klasse besucht und welche der beiden Zeitschriften er regelmäßig liest.

Untersuche, ob es eine solche Zuordnung gibt, die alle Angaben (1), (2), (3), (4) erfüllt, und ob sie durch diese Angaben eindeutig festgelegt ist! Wenn dies der Fall ist, dann gib diese Zuordnung an!

21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

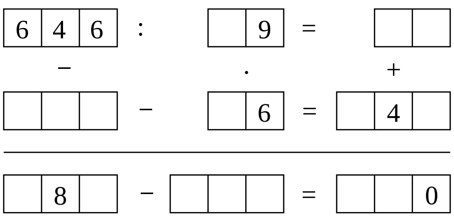
Aufgabe 210611:

Von einem Rechteck sind folgende Eigenschaften bekannt: Wenn seine beiden Seitenlängen in Metern gemessen werden, so ergeben sich natürliche Zahlen als Maßzahlen. Die Differenz der beiden Seitenlängen beträgt 20 m. Der Umfang des Rechtecks beträgt 60 m.

a) Welchen Flächeninhalt hat dieses Rechteck?

b) Welche Längen erhalten seine beiden Seiten im Maßstab 1 : 250? Zeichne das Rechteck in diesem Maßstab!

Aufgabe 210612:



In jedes leere Kästchen der Abbildung soll eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8, 9 so geschrieben werden, daß die drei waagerechten und die drei senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Beschreibung und Begründung der Lösung wird nicht verlangt.

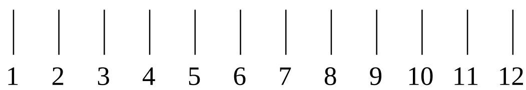
Aufgabe 210613:

Die drei Schülerinnen Bianka, Heike und Kerstin ernteten im Schulgarten Weißkohl, insgesamt 128 Kohlköpfe. Dabei hat Bianka genau 8 Kohlköpfe mehr als Heike geerntet, und Kerstin hat genau 5 Kohlköpfe weniger als Bianka geerntet.

Wieviel Kohlköpfe hat jedes der drei Mädchen insgesamt geerntet?

Aufgabe 210614:

Zwölf Hölzchen, die einzeln in einer Reihe liegen (siehe Abbildung), sollen folgendermaßen in eine Anordnung von sechs "Doppelhölzchen" (d.h. Häufchen von je zwei zusammenliegenden Hölzchen) gebracht werden: Es soll mehrere Male jeweils ein einzeln liegendes Hölzchen entweder nach rechts oder nach links springen und dabei jedesmal (mit Ausnahme des letzten Males) genau drei Hölzchen (entweder drei einzeln liegende oder ein einzeln liegendes und ein Doppelhölzchen) überspringen. Beim letzten Male sollen genau drei Doppelhölzchen übersprungen werden.



Beschreibe eine Serie von Sprüngen die diese Forderungen erfüllt!

21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 210621:

Ein Güterzug fährt von einer Station A (Kilometer 0) zu einer Station B (Kilometer 60). Beim Kilometer 15 hält der Zug 30 Minuten lang; in der übrigen Zeit fährt er mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde. Um 9.30 Uhr fährt der Zug in A ab.

Lege eine Tabelle an, aus der zu ersehen ist, bei welchem Kilometer sich der Zug zu den Uhrzeiten alle 10 Minuten nach der Abfahrt (9.40 Uhr, 9.50 Uhr, 10.00 Uhr u.s.w.) befindet! Begründe diese Kilometerangaben!

Aufgabe 210622:

Fritz findet in einem alten Lehrbuch in einer Aufgabe fünfstellige natürliche Zahlen abgedruckt. Bei einer dieser Zahlen sind die an der Einer- und die an der Zehnerstelle stehenden Ziffern nicht mehr lesbar. Wenn man für diese beiden unlesbaren Ziffern jeweils ein Sternchen (*) setzt, dann hat die Zahl die Form 418**.

Außerdem meint Fritz, aus dem Aufgabentext entnehmen zu können, daß sich die fünfstellige Zahl ohne Rest sowohl durch 6 als auch durch 7 und durch 9 teilen läßt.

Untersuche, ob es eine fünfstellige Zahl gibt, die als die betreffende Zahl in dem Lehrbuch gestanden haben könnte und alle genannten Teilbarkeitseigenschaften hat! Nenne diese Zahl! Gibt es außer ihr noch andere derartige Zahlen?

Aufgabe 210623:

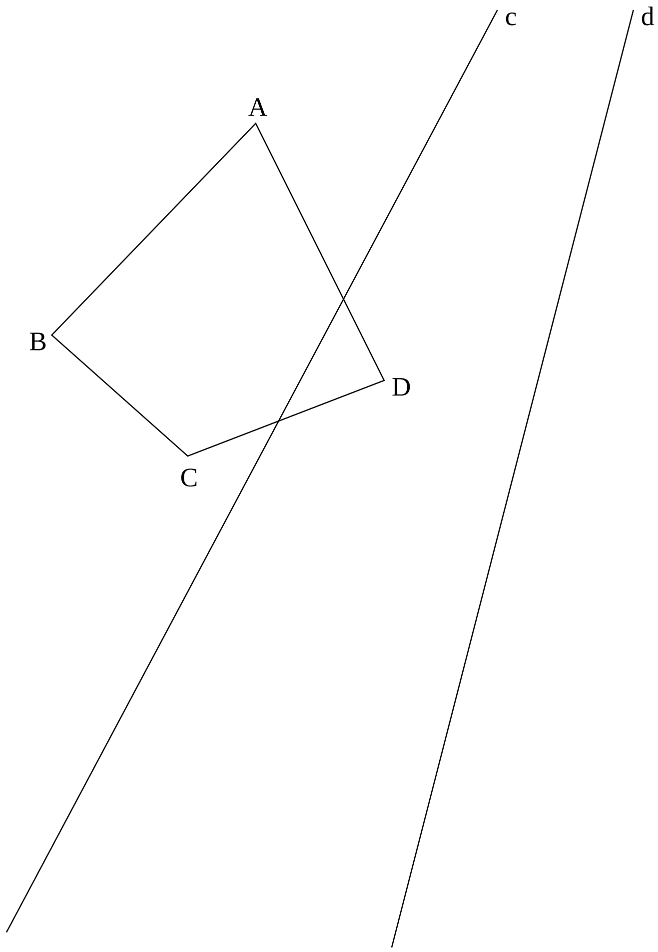
Im Laufe eines Jahres ist in einem Möbelwerk die Zahl der hergestellten Tische monatlich um 10 angewachsen. Im Laufe des ganzen Jahres wurden 1920 Tische hergestellt.

a) Wieviel Tische wurden im Monat Juni hergestellt ?

b) Wieviel Tische wurden im Monat Dezember hergestellt?

Aufgabe 210624:

Spiegele die Figur $ABCD$ auf dem Arbeitsblatt nacheinander an den gegebenen Geraden c und d! Eine Beschreibung der Konstruktion ist nicht erforderlich.


c
d
A
B
D
C

22. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220611:

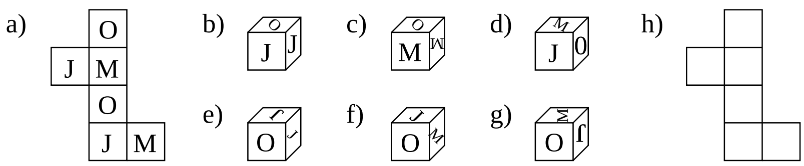
In einem Aquarium hat der Hohlraum, der mit Wasser gefüllt werden könnte, die Gestalt eines Würfels von 60 cm Kantenlänge. Dieser Hohlwürfel soll aber nur bis zu einer Höhe von 10 cm unter seinem oberen Rand gefüllt werden.

Wieviel Eimer Wasser sind dafür insgesamt erforderlich, wenn jeder Eimer 9 Liter faßt?

Aufgabe 220612:

Die sechs quadratischen Flächen der Oberfläche eines Würfels sind so mit den Buchstaben O, J, M beschriftet, wie es das Würfelnetz in Bild a) zeigt. (Der Buchstabe O gelte dabei als kreisförmig.)

a) Welche der in den Bildern b) bis g) abgebildeten Würfel könnten aus diesem Netz hergestellt worden sein? Für welche Würfel ist dies nicht möglich? (Als Lösung genügt jeweils die Angabe, ob Herstellbarkeit vorliegt, ohne Begründung.)



b) In das Würfelnetz des Bildes h) sollen die Buchstaben O, J, M so eingetragen werden, daß sich aus dem Netz ein Würfel mit den folgenden Eigenschaften (1), (2) und (3) herstellen läßt:

(1) Je zwei gegenüberliegende Seitenflächen des Würfels tragen denselben Buchstaben.

(2) Der Würfel läßt sich so drehen, daß Bild d) entsteht.

(3) Der Würfel läßt sich so drehen, daß Bild g) entsteht.

Als Lösung ist eine mögliche Eintragung anzugeben, ohne Begründung, aber mit der Kennzeichnung einer Fläche, die J enthält und in Bild d) sichtbar sein soll, sowie einer Fläche, die O enthält und in Bild g) sichtbar sein soll.

Aufgabe 220613:

Bei einem Sportwettkampf beteiligten sich die Pioniere Anton, Bernd, Christian, Detlef, Ernst und Frank am Hochsprungwettbewerb. Über das Ergebnis gelten folgende Aussagen:

(1) Anton sprang höher als Frank, erreichte aber eine kleinere Sprunghöhe als Detlef.

(2) Frank und Ernst erreichten verschiedene Sprunghöhen; es ist jedoch nicht wahr, daß Frank höher als Ernst sprang.

(3) Christian erreichte die gleiche Höhe wie Anton, sprang aber höher als Ernst.

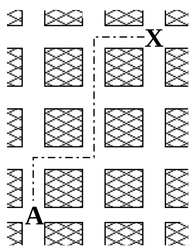
(4) Es ist falsch, daß Bernd die Sprunghöhe eines anderen Pioniers erreichte oder übertraf.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Reihenfolge der Sprunghöhen der sechs Pioniere eindeutig erhalten läßt! Wenn dies möglich ist, so nenne diese Reihenfolge, und beginne dabei mit der größten Sprunghöhe!

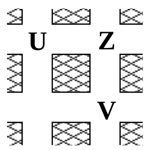
Aufgabe 220614:

Das Bild a) zeigt einen Teil eines Stadtplanes. Ein Auto soll auf einem möglichst kurzen Weg von A zu einer anderen Kreuzung, z.B. X fahren. Als Beispiel ist ein solcher Weg eingetragen. Man will - für jede von A verschiedene Kreuzung Z - wissen, wieviel verschiedene möglichst kurze Wege von A nach Z es insgesamt gibt.

a)



b)



a) Suche zunächst alle diejenigen Kreuzungen, zu denen genau ein möglichst kurzer Weg von A aus hinführt!

b) Das Bild b) bedeute einen Ausschnitt aus Bild a), wobei Z eine der in a) nicht betrachteten Kreuzungen sein soll. Wenn man schon weiß, wieviel möglichst kurze Wege von A nach U es gibt und wieviel möglichst kurze Wege von A nach V es gibt, wie kann man dann die Anzahl aller möglichst kurzen Wege von A nach Z berechnen?

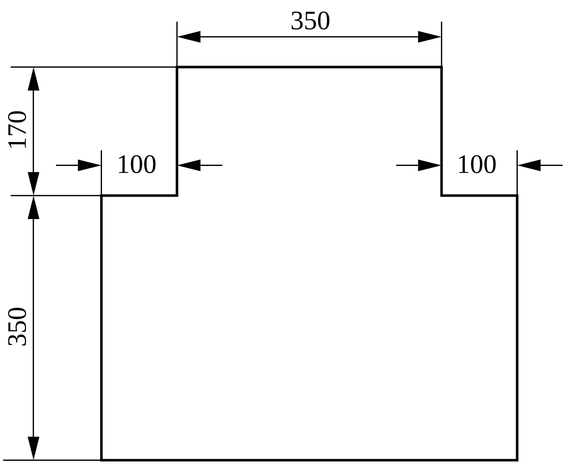
c) Benutze die Überlegungen zu a) und b), um für jede der elf von A verschiedenen Kreuzungen Z die gesuchte Anzahl zu finden!

d) Ermittle die Anzahl der möglichst kurzen Wege von A nach X in Bild a) noch einmal auf andere Weise: Schreibe jeden dieser Wege durch Angabe der Richtungen seiner fünf Teilstrecken auf! Benutze dabei Abkürzungen, z.B. w für waagerecht, s für senkrecht!

22. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220621:



Die Abbildung zeigt den Grundriß eines Zimmers. Alle Maße sind in Zentimeter angegeben. Das Zimmer ist 280 cm hoch. In diesem Zimmer ist ein alter Tapetenbelag von den Wänden und von der Decke zu entfernen. Danach sind Wände und Decke mit Makulatur zu streichen und zu tapezieren.

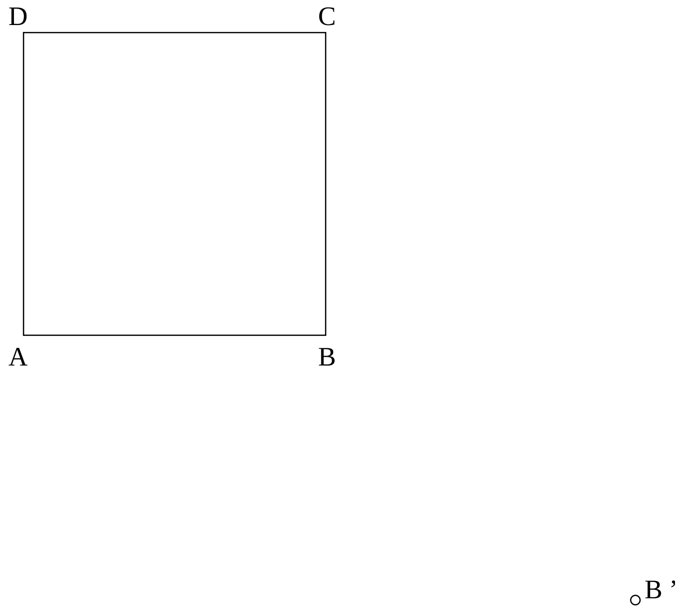
Errechne für diese Arbeiten mit Hilfe der folgenden Tabelle die insgesamt erforderlichen Lohnkosten! Dabei ist jede Wand vollständig zu berücksichtigen, auch wenn Fenster und Türen vorhanden sind. (Es wird also angenommen, daß sich die Einsparung an Fläche wieder durch den komplizierten Arbeitsaufwand ausgleicht.) Das Ergebnis ist auf vollen Markbetrag zu runden.

Leistung	Lohnkosten pro m^2
Alte Tapezierung entfernen	28 Pf
Makulatur streichen	26 Pf
Wandtapezierung	83 Pf
Deckentapezierung	112 Pf

Aufgabe 220622:

Der Punkt B' auf dem Arbeitsblatt sei das Bild von B bei der Spiegelung an einer Geraden g.

Konstruiere diese Gerade g und die Bilder A', C', D' der Punkte A, C, D bei der Spiegelung an g! Eine Beschreibung und Begründung der Konstruktion wird nicht verlangt.



Aufgabe 220623:

Die Zahl 32 soll in eine Summe aus vier natürlichen Zahlen zerlegt werden, von denen folgende Eigenschaft gefordert wird.

Wenn man zum ersten Summanden 3 addiert, vom zweiten 3 subtrahiert, den dritten mit 3 multipliziert und den vierten durch 3 dividiert, dann sind die vier Ergebnisse, die man erhält, alle gleich groß.

Nenne vier derartige Summanden! Überprüfe, daß sie alle Forderungen erfüllen! Beweise, daß die Forderungen durch keine anderen Summanden erfüllt werden können!

Aufgabe 220624:

An fünf voneinander und von 0 verschiedene natürliche Zahlen a, b, c, d, e werden folgende acht Forderungen gestellt:

(1) a ist ein [ganzzahliges] Vielfaches von e,

(2) b ist ein Teiler von c,

(3) c ist ein [ganzzahliges] Vielfaches von e,

(4) d ist ein Teiler von e,

(5) a ist ein [ganzzahliges] Vielfaches von b,

(6) b ist ein Teiler von d,

(7) c ist ein [ganzzahliges] Vielfaches von a,

(8) a ist ein [ganzzahliges] Vielfaches von d.

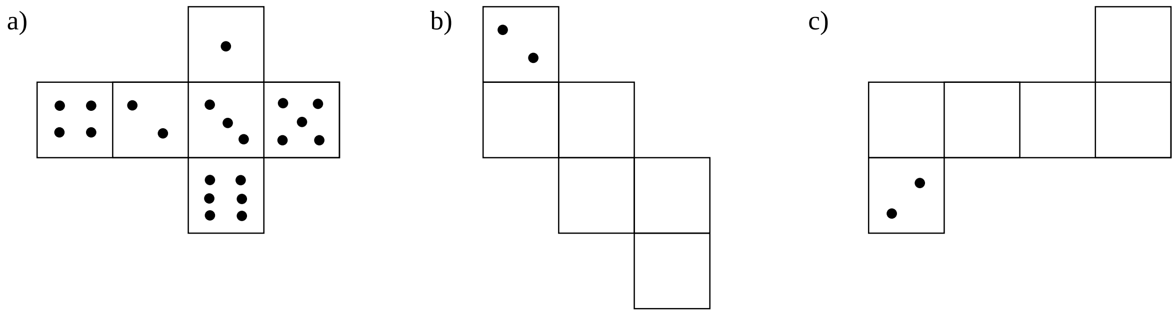
Untersuche, ob diese acht Forderungen erfüllbar sind und ob sich aus ihnen die Anordnung der fünf Zahlen ihrer Größe nach ergibt! Wenn dies der Fall ist, so nenne diese Anordnung; beginne dabei mit der größten der fünf Zahlen!

23. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 230611:

Die Bilder a) bis c) zeigen drei Würfelnetze.



Wie können die Punkte auf dem Würfelnetz b) und auf dem Netz c) verteilt werden, damit der gleiche Würfel entsteht wie aus dem Netz a)? Gib je ein Beispiel für b) und c) an!

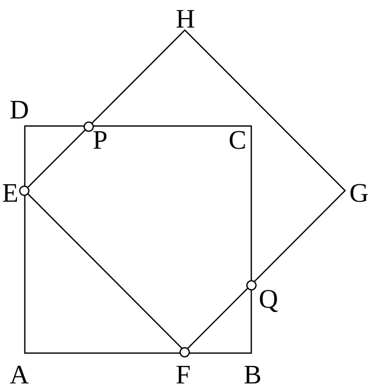
Aufgabe 230612:

Eine Brigade kaufte für ihre Patenklasse drei Bücher und zwei Bälle. Eine andere Brigade kaufte drei Bücher und vier Bälle. Alle Bücher kosteten gleich viel. Alle Bälle kosteten ebenfalls gleich viel.

Die erste Brigade bezahlte 15 Mark, die zweite Brigade bezahlte 24 Mark.

Wieviel Mark kostete ein Buch? Wieviel Mark kostete ein Ball?

Aufgabe 230613:



Im Bild sind zwei gleichgroße Quadrate $ABCD$ und $EFGH$ gezeichnet, die genau vier Randpunkte (E, F, P und Q) gemeinsam haben.

Zeichne zwei gleichgroße Quadrate $ABCD$ und $EFGH$, die so liegen, daß sie

a) genau einen Punkte,

b) genau zwei Punkte,

c) genau drei Punkte,

d) genau fünf Punkte,

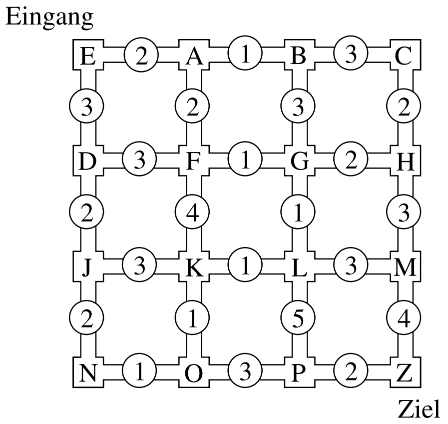
e) genau sechs Punkte,

f) genau sieben Punkte,

g) genau acht Punkte

gemeinsam haben! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 230614:



Luise will so rasch wie möglich vom Eingang (E) zum Ort des Pionierpressefestes (Ziel (Z)) gehen. Auf dem skizzierten (nicht maßstäblichen) Plan sind alle möglichen Wege vom Eingang zum Ziel sowie jeweils die Minuten angegeben, die für die verschiedenen Teilstrecken gebraucht werden. Jeder Teilnehmer erhält einen derartigen Plan und soll angeben, wie er auf dem schnellsten Wege zum Ziel kommt.

a) Gib einen Weg an, für den möglichst wenig Zeit gebraucht wird! Wieviel Minuten sind für diesen Weg ausreichend?

b) Gib noch mindestens zwei weitere derartige Wege an!

Hinweis: Um die Angabe der Wege zu erleichtern, werden die Abzweigungs- bzw. Kreuzungspunkte mit A, B, C, D, E, F, ..., P bezeichnet, wie es in der Abbildung angegeben ist.

23. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 230621:

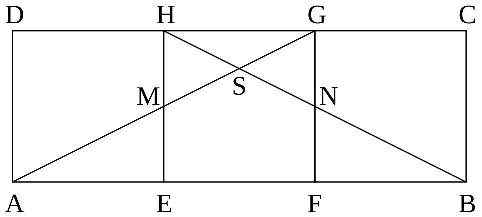
Von einem Milchhof sollen an einem Tag 2 200 Kästen mit je 25 Behältern zu $\frac{1}{4}$ Liter Milch, ferner 600 Kästen mit je 24 Flaschen zu $\frac{1}{2}$ Liter und 800 Kästen mit je 12 Beuteln zu 1 Liter Milch ausgeliefert werden. Die hierfür insgesamt benötigte Milchmenge wurde in Tankwagen angeliefert, von denen jeder 9 000 Liter Milch faßt.

a) Berechne, wieviel Liter Milch insgesamt an diesem Tag ausgeliefert werden sollen!

b) Berechne die kleinstmögliche Anzahl von Tankwagen, die zur Anlieferung der benötigten Milchmenge insgesamt ausreichend waren!

Aufgabe 230622:

Die abgebildete Figur $ABCD$ (siehe Abbildung) stellt ein Rechteck dar, das sich aus den drei gleichgroßen Quadraten $AEHD$, $EFGH$ und $FBCG$ zusammensetzt. Die Strecke AG schneidet die Strecke EH in deren Mittelpunkt M, die Strecke BH schneidet die Strecke FG in deren Mittelpunkt N. Der Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ beträgt 48 Flächeneinheiten.



Ermittle

a) den Flächeninhalt des Dreiecks SGH,

b) den Flächeninhalt des Dreiecks ABS,

c) den Flächeninhalt den Vierecks $ASHD$!

Hinweis: Zur Herleitung darfst du den Satz verwenden, daß jedes Rechteck durch seine Diagonalen in vier gleich große Dreiecke zerlegt wird.

Aufgabe 230623:

Die vier Schüler Erdbach, Freimuth, Giebler und Hausmann haben die Vornamen Alfred, Bernd, Christian und Detlef (möglicherweise nicht in dieser Reihenfolge). Sie trafen sich auf Siegfried Zanders Geburtstagsfeier. Folgenden ist bekannt:

(1) Als ersten Gast konnte Siegfried seinen Mitschüler Hausmann begrüßen, als zweiten Christian und danach Erdbach. Zuletzt kam Bernd.

(2) Jeder dieser vier Gäste brachte für das Geburtstagskind genau ein Geschenk mit: Hausmann ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Bernd einen Strauß Rosen und Giebler ein Buch.

Zeige, daß sich aus diesen Angaben für die vier Geburtstagegäste eindeutig ermitteln läßt, wie ihre zusammengehörenden Vor- und Familiennamen lauten! Gib diese zusammengehörenden Namen an!

Aufgabe 230624:

Fünf voneinander verschiedene Punkte einer Ebene sollen durch Geraden miteinander verbunden werden. Dabei sollen stets alle möglichen Verbindungsgeraden gezeichnet werden.

Uwe behauptet: Die fünf Punkte können so liegen, daß es genau zehn verschiedene Verbindungsgeraden gibt.

Norbert behauptet: Die fünf Punkte können aber auch so liegen, daß es nur fünf Verbindungsgeraden gibt.

Fritz behauptet: Die fünf Punkte können sogar so liegen, daß es nur eine einzige Verbindungsgerade gibt.

a) Zeige durch Zeichnung von je einem Beispiel, daß alle drei Aussagen wahr sind!

b) Untersuche, ob bei entsprechender Lage der fünf Punkte auch noch andere Anzahlen verschiedener Verbindungsgeraden vorkommen können, und zeichne auch dafür Beispiele!

24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

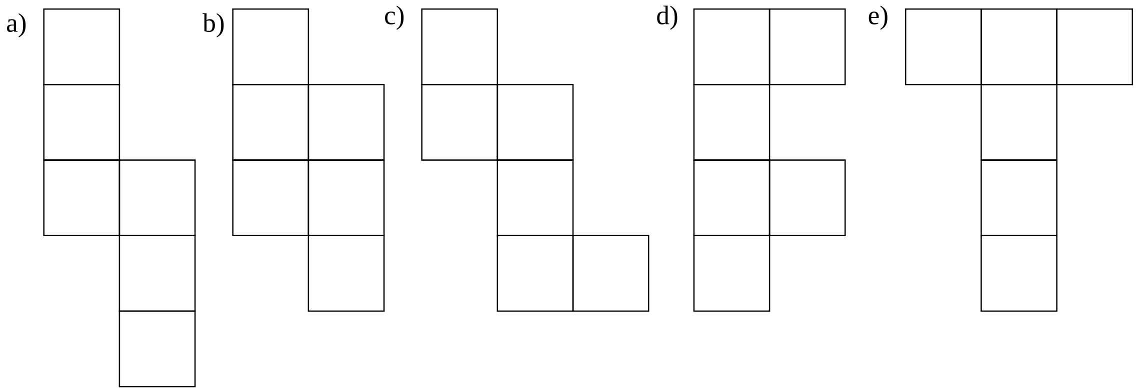
Aufgabe 240611:

Zum Pioniergeburtstag sollen die tüchtigsten Altstoffsammler ausgezeichnet werden. Hierzu will die Pionierleiterin Bücher zu je 6 M und zu je 4 M kaufen, von jeder Sorte mindestens eins, andere Sorten aber nicht. Insgesamt will sie 30 M für diese Bücher ausgeben.

Gib alle Möglichkeiten an, welche Anzahlen von Büchern der beiden Sorten gewählt werden können, um diesen Bedingungen zu entsprechen!

Aufgabe 240612:

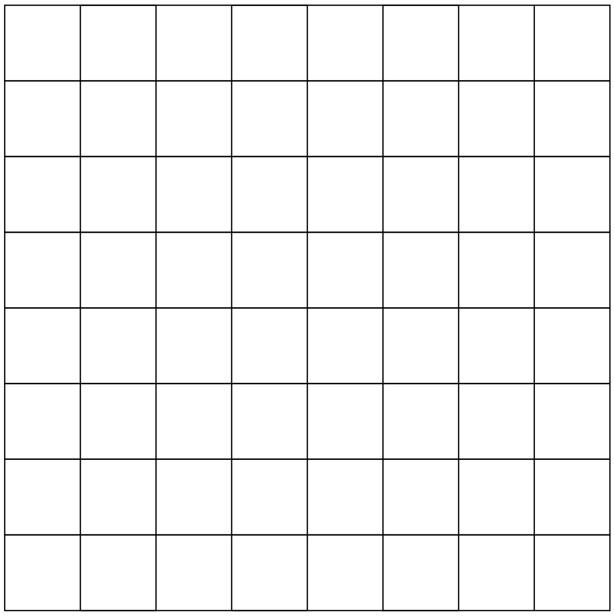
Michael zeichnet fünf verschiedene Bilder: Bild a) bis e). Er behauptet, daß es Körpernetze von Würfeln seien.



(1) Gib alle diejenigen unter den Bildern a) bis e) an, für die Michaels Behauptung wahr ist! (Eine Begründung wird nicht verlangt.)

(2) Zeige, daß es möglich ist, aus einem quadratischen Gitternetz von 8 cm Seitenlänge, wie es Bild f) darstellt, neun Würfelnetze der in Aufgabe (1) gefundenen Art auszuschneiden! Es soll erlaubt sein, die Würfelnetze unverändert oder umgeklappt (spiegelbildlich) zu erhalten. Jedes in (1) gefundene Würfelnetz soll mindestens einmal vorkommen. Die Seitenlänge der einzelnen Quadrate in (1) soll dieselbe sein wie in (2), also 1 cm.

Zeichne derartige neun Würfelnetze in ein Gitternetz ein! Wieviele Felder des Gitternetzes werden dabei nicht benötigt?

f) 

Aufgabe 240613:

Wenn man einen Würfel auf einen Tisch stellt, so daß er nirgends seitlich über die Tischplatte hinausragt, so sind von seinen sechs Flächen genau fünf sichtbar. Ebenso kann man einen kleineren Würfel so auf einen größeren stellen, daß von den sechs Flächen des kleineren Würfels genau fünf sichtbar sind, während die sechste vollständig auf dem größeren Würfel aufliegt, ohne seitlich über ihn hinauszuragen.

In dieser Art sollen drei Würfel mit den Kantenlängen $a_1 = 20\,\text{cm}$, $a_2 = 10\,\text{cm}$, $a_3 = 4\,\text{cm}$ der Größe nach so übereinander gestellt werden, daß der größte Würfel zuunterst auf der Tischplatte steht.

Wie groß ist dann die Summe der Flächeninhalte aller sichtbaren Flächenteile der drei Würfel?

Aufgabe 240614:

Rita multipliziert eine Zahl z mit 9 und erhält als Ergebnis 111 111 111.

(a) Um welche Zahl z handelt es sich?

(b) Ermittle eine Zahl x, die folgende Eigenschaft besitzt!

Wenn man x mit der in (a) ermittelten Zahl z multipliziert, dann erhält man als Produkt eine Zahl, die mit lauter Ziffern 8 (in normaler Schreibweise des Zehnersystems) geschrieben wird.

(c) Gibt es außer der in (b) ermittelten Zahl x noch weitere Zahlen, die ebenfalls diese Eigenschaft besitzen?

Wenn dies der Fall ist, so ermittle eine weitere solche Zahl!

24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 240621:

Drei Geschwisterpaare, jeweils ein Mädchen und ein Junge, sitzen bei der Geburtstagsfeier von Jörg, dem einen der drei Jungen, im Kreis um einen Tisch. Es ist folgendes bekannt:

(1) Keines der sechs Kinder hat seinen Bruder oder seine Schwester als Tischnachbar.

(2) Steffen sitzt dem ältesten der drei Jungen gegenüber.

(3) Rechts von Agnes sitzt Ines, links von Agnes sitzt Michael.

(4) Kerstin ist nicht Steffens Schwester.

Beweise, daß man aus diesen Angaben sowohl die zusammengehörenden Geschwisterpaare als auch die Sitzordnung eindeutig ermitteln kann, und gib beides an!

Aufgabe 240622:

Die sechs Flächen eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm werden rot angestrichen. Danach wird der Quader in genau 60 Würfel von 1 cm Kantenlänge zersägt.

Wieviele der so entstehenden Würfel haben 0, 1, 2, 3, 4, 5 bzw. 6 rot angestrichene Flächen? (Eine Begründung wird nicht verlangt.)

Aufgabe 240623:

Drei Motorradfahrer Rainer, Jürgen und Frank fahren zur gleichen Zeit in Karl-Marx-Stadt an der gleichen Stelle ab; sie fahren auf der gleichen Straße in Richtung Leipzig.

Rainer legt mit seiner Maschine in je 10 Minuten eine Weglänge von 9 Kilometern zurück, Jürgen fährt in je 10 Minuten 8 Kilometer, Frank nur 6 Kilometer.

Wie groß sind nach einer Stunde die Weglängen zwischen Rainer und Jürgen, zwischen Rainer und Frank und zwischen Jürgen und Frank, wenn bis zu diesem Zeitpunkt jeder Fahrer seine Geschwindigkeit beibehalten hat?

Aufgabe 240624:

Rita experimentiert mit einer Balkenwaage. (Mit einer solchen Waage kann man feststellen, ob der Inhalt einer Waagschale soviel wiegt wie der Inhalt der anderen Waagschale oder welcher dieser beiden Inhalte mehr wiegt als der andere.)

Rita hat 17 Kugeln, 6 Würfel und 1 Pyramide. Sie stellt fest:

(1) Jede Kugel wiegt soviel wie jede der anderen Kugeln.

(2) Jeder Würfel wiegt soviel wie jeder der anderen Würfel.

(3) Die Pyramide und 5 Würfel wiegen zusammen soviel wie 14 Kugeln.

(4) Ein Würfel und 8 Kugeln wiegen zusammen soviel wie die Pyramide.

Rolf fragt Rita, nachdem sie diese Feststellungen erhalten hat:

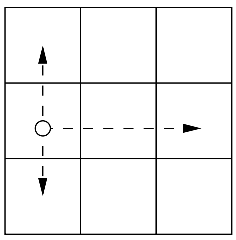
"Wieviele Kugeln wiegen soviel wie die Pyramide?"

Beweise, daß man Rolfs Frage bereits eindeutig mit Hilfe der Feststellungen (1), (2), (3), (4) beantworten kann, ohne daß ein nochmaliges Wägen nötig ist! Wie lautet die Antwort?

25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250611:



Auf einem (3×3)-Felderbrett sollen drei Spielsteine so aufgestellt werden, daß sie sich gegenseitig nicht bedrohen. Dabei soll ein Spielstein genau diejenigen Felder bedrohen, die in der gleichen waagerechten oder in der gleichen senkrechten Reihe wie er liegen.

a) Zeichne alle möglichen Stellungen der geforderten Art für drei solche Spielsteine!

b) Wie viele verschiedenartige Stellungen gibt es, wenn je zwei Stellungen genau dann als verschiedenartig gelten, wenn die eine nicht aus der anderen durch Drehung um das Mittelfeld hervorgehen kann?

Aufgabe 250612:

$$\begin{array}{cccccc} & & m & a & t & h & e \\ + & & & o & l & y & m \\ + & & & & & p & i \\ + & & & & a & d & e \\ \hline & k & l & a & s & s & e \end{array}$$

In dem abgebildeten Kryptogramm sind für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern stehen und die Aufgabe richtig gerechnet ist.

Ferner wird folgendes gefordert:

(1) Es gilt $o = m$ und $p = t$ und $y = a$, während sonst für verschiedene Buchstaben stets verschiedene Ziffern einzusetzen sind.

(2) a ist zwei Drittel von m.

(3) e ist zwei Drittel von a.

(4) Die Summe von a und s ist gleich m.

(5) d ist kleiner als h.

a) Zeige, daß es genau eine Eintragung gibt, die alle diese Forderungen erfüllt, und gib diese Eintragung an!

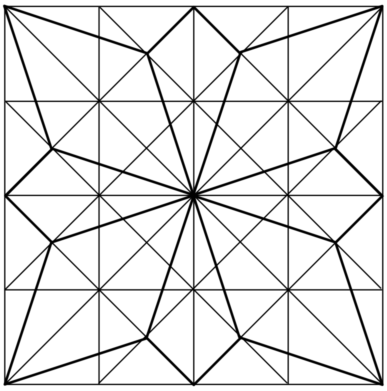
b) Wieviel solche Eintragungen gibt es, wenn man auf Forderung (5) verzichtet?

Aufgabe 250613:

Dirk und Jörg trafen sich in der Erfassungsstelle für Sekundärrohstoffe. Jörg hat sein Altpapier in mehrere Päckchen zu je 5 kg gebündelt und außerdem noch 3 kg loses Papier. Dirk liefert 32 kg Papier ab. Als beide ihr Sammelergebnis vergleichen, stellen sie auch fest, daß sie zusammen mehr als 50 kg Altpapier gesammelt hatten.

Wie viele Bündel zu je 5 kg kann Jörg abgeliefert haben, wenn wir außerdem noch wissen, daß Dirk mehr Altpapier als Jörg hatte? Gib alle Möglichkeiten an!

Aufgabe 250614:



In dem Bild ist - auf einem (mit dünnen Linien gezeichneten) Hintergrund von Quadraten und ihren Diagonalen - mit dicken Linien ein Ornament gezeichnet. Überprüfe mit durchsichtigem Papier (oder Folie), ob das Ornament axialsymmetrisch ist! Überprüfe ferner, ob es Drehungen gibt, bei denen das Ornament sich selbst als Bild hat!

Ist beides der Fall, so nenne

a) die Anzahl aller Symmetrieachsen des Ornaments,

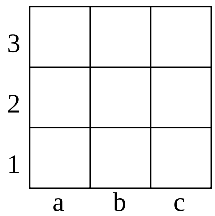
b) alle diejenigen Drehungen, bei denen das Ornament sich selbst als Bild hat!

Zu Aufgabe a) zeichne auch das Ornament und alle seine Symmetrieachsen!

25. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250621:



Auf einem (3×3)-Spielbrett (siehe Abbildung) sind sechs Spielsteine so aufzustellen, daß jede waagerechte und jede senkrechte Reihe genau zwei Steine enthält. Auf jedem Feld des Spielbrettes darf höchstens ein Spielstein stehen.

Zeichne alle möglichen Stellungen für diese sechs Spielsteine! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 250622:

Gesucht sind vier Zahlen mit folgenden Eigenschaften:

(1) Die Summe der vier Zahlen beträgt 60.

(2) Es ergibt sich viermal dasselbe Ergebnis, wenn man

 (2.1.) zur ersten Zahl 4 addiert,
 (2.2.) zur zweiten Zahl 3 addiert,
 (2.3.) von der dritten Zahl 2 subtrahiert,
 (2.4.) von der vierten Zahl 1 subtrahiert.

Ermittle aus diesen Forderungen vier solche Zahlen! Überprüfe, ob die von dir gefundenen Zahlen die geforderten Eigenschaften haben!

Aufgabe 250623:

Es sei $ABCD$ ein Quadrat mit der Seitenlänge 14 cm. Die Punkte E, F, G und H seien die Mittelpunkte der Quadratseiten. Dabei liege E auf AB, F auf BC, G auf CD, H auf DA.

a) Konstruiere dieses Quadrat und verbinde die Mittelpunkte E und F, F und G, G und H sowie H und E durch Strecken!

b) Ermittle den Flächeninhalt der Fläche $EFGH$!

Aufgabe 250624:

Anke, Bernd und Claudia wollen 21 Limonadeflaschen, von denen 7 voll, 7 halbvoll und 7 leer sind, untereinander verteilen. Dabei soll jedes Kind die gleiche Anzahl Flaschen und auch gleich viel Limonade erhalten, und es soll nichts umgegossen werden. Ferner soll Anke nicht weniger volle Flaschen als Bernd bekommen, und Bernd soll nicht weniger volle Flaschen als Claudia bekommen.

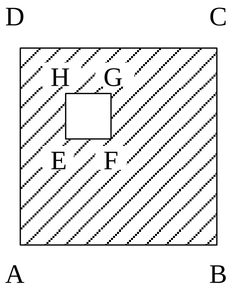
a) Gib zwei Verteilungen an, die diese Bedingungen erfüllen!

b) Weise nach, daß es keine weiteren Verteilungen geben kann, die diese Bedingungen erfüllen!

26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 260611:



In ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 8 cm ist ein Quadrat $EFGH$ mit der Seitenlänge 2 cm so eingezeichnet, wie es das Bild zeigt. HG und DC sind zueinander parallele Strecken mit dem Abstand 2 cm voneinander. EH und AD sind zueinander parallele Strecken mit dem Abstand 2 cm voneinander.

a) Berechne den Flächeninhalt der im Bild schraffierten Fläche!

b) Die schraffierte Fläche soll in fünf Teile zerlegt werden. Diese Teile sollen so gestaltet sein, daß man je zwei von ihnen durch Drehen oder Verschieben miteinander zur Deckung bringen kann. Zeichne eine solche Aufteilung der schraffierten Fläche!

Aufgabe 260612:

Zur Durchführung eines Geländespiels war es nötig, daß jeder Teilnehmer ein Schreibgerät bei sich hatte. Es waren nur folgende Sorten Schreibgeräte von Teilnehmern mitgebracht worden. Kugelschreiber, Rotstifte und Grünstifte; keine dieser drei Sorten kam doppelt bei einem der Teilnehmer vor. Im einzelnen wurde festgestellt:

(1) Es waren insgesamt 100 Teilnehmer bei diesen Geländespiel.

(2) Genau 20 der Teilnehmer hatten einen Kugelschreiber, aber keinen Rotstift.

(3) Genau 15 der Teilnehmer hatten einen Kugelschreiber, aber keinen Grünstift.

(4) Genau 5 der Teilnehmer hatten einen Kugelschreiber, aber weder einen Rotstift noch einen Grünstift.

(5) Genau 65 der Teilnehmer hatten keinen Kugelschreiber.

(6) Genau 55 der Teilnehmer hatten keinen Rotstift.

(7) Genau 40 der Teilnehmer hatten keinen Grünstift.

(8) Genau 15 der Teilnehmer hatten weder einen Rotstift noch einen Grünstift.

a) Ermittle aus diesen Angaben die Anzahl derjenigen Teilnehmer, die wenigstens ein Schreibgerät mitgebracht hatten!

b) Reichten die mitgebrachten Schreibgeräte aus, um bei geeigneter Verteilung jeden der 100 Teilnehmer mit einem Schreibgerät zu versorgen?

Aufgabe 260613:

Die Verbindungsstraßen dreier Orte A, B, C bilden ein Dreieck. In der Mitte der Verbindungsstraße von B nach C liegt ein weiterer Ort D. Von A über B nach C beträgt die Entfernung 25 km, von B über C nach A dagegen 27 km und von C über A nach B schließlich 28 km. Eine Pioniergruppe wandert auf den genannten Straßen auf kürzestem Wege vom Ort A zum Ort D.

a) Über welchen der beiden Orte B oder C läuft die Pioniergruppe? Begründe deine Entscheidung!

b) Wieviel Zeit spart sie gegenüber dem längeren der beiden möglichen Wege von A nach D ein, wenn sie stündlich 4 km zurücklegt?

c) Wie lang ist der von ihr insgesamt zurückgelegte Weg?

Aufgabe 260614:

Auf einem Kreis werden wie beim Zifferblatt einer Uhr zwölf Punkte eingetragen. Auf jeden der Punkte wird genau ein Spielstein gelegt. Zwei Spieler A und B sollen abwechselnd jeweils entweder genau einen Stein oder genau zwei Steine, die auf benachbarten Punkten liegen, wegnehmen. Spieler A beginnt. Gewonnen hat der Spieler, der den letzten Spielstein wegnimmt.

Wie kann Spieler B vorgehen, um in jedem Fall zu gewinnen?

26. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 260621:

Bei der folgenden fünfstelligen Zahl sind zwei Ziffern unleserlich geworden und durch Sternchen ersetzt.

2 7 * * 7

Anstelle der Sternchen sind zwei Ziffern so einzufügen, daß die Zahl durch 9 teilbar ist.

Gib alle fünfstelligen Zahlen an, die durch derartiges Einfügen entstehen können! Weise nach, daß alle gesuchten Zahlen von dir angegeben wurden!

Aufgabe 260622:

Die Mädchen Britta, Petra und Anja wünschen sich einen Ball, eine Puppe und ein Album für Briefmarken. Dabei wünscht sich jedes der Mädchen genau einen der genannten Gegenstände, und zwar jedes Mädchen einen anderen. Marie soll feststellen, wer von den Mädchen sich welchen Gegenstand wünscht. Auf ihre Frage erhält sie folgende Antworten:

(1) Britta wünscht sich den Ball.

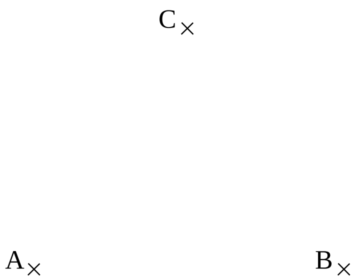
(2) Petra wünscht sich den Ball nicht.

(3) Anja wünscht sich das Album nicht.

Von diesen drei Antworten ist genau eine wahr, die anderen beiden sind falsch. Wenn man das weiß, kann man für jedes der drei Mädchen eindeutig feststellen, welchen Gegenstand es sich wünscht.

Erkläre, wie sich diese Feststellungen gewinnen lassen und gib die Feststellungen an!

Aufgabe 260623:



Es seien A, B, C die drei in der Abbildung gegebenen Punkte, die nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

a) Konstruiere (mindestens) zwei Punkte S_1 und S_2, für die $\overline{S_1A} = \overline{S_1B}$ und $\overline{S_2A} = \overline{S_2B}$ gilt!

b) Es gibt genau einen Punkt S, der von A, B und C gleich weit entfernt ist. Konstruiere diesen Punkt S!

c) Begründe, warum der Punkt S bei deiner Konstruktion die geforderten Bedingungen erfüllt!

Aufgabe 260624:

Der Schüler Frank Schludrig meint, über seine Klasse folgendes herausgefunden zu haben:

In der Klasse sind genau 28 Schüler, davon sind genau 16 Jungen. An Arbeitsgemeinschaften nehmen genau 20 Schüler der Klasse teil, davon sind genau 8 Jungen. An der Kreisolympiade Junger Mathematiker beteiligten sich genau 4 Schüler der Klasse, davon waren genau 2 Jungen. Von diesen Olympiadeteilnehmern sind genau 1 Junge und genau 1 Mädchen auch Mitglied einer Arbeitsgemeinschaft.

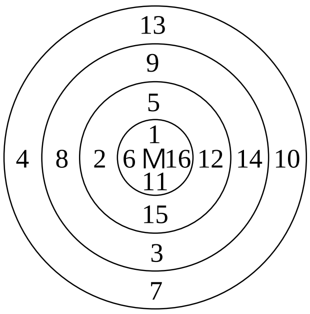
Der Schüler Rolf Schlauberger hört sich diese Angaben an und behauptet nach einigem Überlegen, daß Frank Schludrig ein Irrtum unterlaufen sein muß.

Weise nach, daß die Angaben von Frank Schludrig nicht stimmen können!

27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 270611:



Vier Kreisscheiben (siehe Abbildung) sind jede für sich um ihren gemeinsamen Mittelpunkt M so zu drehen, daß danach immer vier Zahlen auf je einem Strahl mit dem Anfangspunkt M liegen. Dabei soll die Summe der vier Zahlen auf jedem Strahl 34 betragen.

Gib mindestens eine Möglichkeit solcher Drehungen an!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270612:

In jedes leere Feld des abgebildeten Quadrats (siehe Abbildung) ist eine der Zahlen 2, 3, 4, 5 einzutragen. Dabei soll in keiner Spalte oder Zeile eine dieser Zahlen mehrfach vorkommen. Ferner soll in keiner Spalte oder Zeile neben einer Zahl deren Nachfolger oder Vorgänger stehen.

1			
	1		
		1	
			1

Gib mindestens zwei solche Eintragungen an!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Hinweis: Es gibt sogar mehr als zwei solche Eintragungen.

Aufgabe 270613:

Auf einer Wippe stellt sich heraus:

(1) Andreas ist leichter als Frank, aber schwerer als Dirk.

(2) Stefan ist leichter als Andreas, aber schwerer als Dirk.

(3) Peter ist leichter als Jürgen, aber schwerer als Michael.

(4) Jürgen ist leichter als Dirk.

Ordne die Jungen nach ihren Gewicht; beginne bei dem schwersten!

Überprüfe, ob bei der von dir angegebenen Reihenfolge alle Aussagen (1) bis (4) wahr sind!

Aufgabe 270614:

Kerstin zerschneidet ein rechteckiges Stück Papier so, daß der Schnitt vom Mittelpunkt einer Rechteckseite zum Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite verläuft. Es entstehen zwei kleinere Rechtecke; Kerstin legt sie genau übereinander, so daß nur noch ein kleineres Rechteck zu sehen ist, das aus zwei Schichten besteht.

Kerstin zerschneidet dieses aus zwei Schichten bestehende Rechteck in gleicher Weise und legt wieder die entstandenen rechteckigen Papierstücke genau übereinander. Entsprechend wird fortgesetzt: übereinanderliegende Rechtecke werden zerschnitten, die entstandenen Papierstücke werden übereinandergelegt. (Natürlich geht das nicht beliebig oft; denn der Papierstapel, der zerschnitten werden soll, wird immer dicker.)

(1) Nenne die Anzahl der Papierstücke, die nach dem

a) zweiten, b) dritten, c) vierten

Zerschneiden entstanden sind!

(2) Angenommen, das Zerschneiden wäre beliebig oft möglich. Warum könnten dann trotzdem niemals nach einen Schnitt genau 160 Papierstücke entstehen?

27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 270621:

Über einen 100 m-Lauf, den die drei Schüler Jens, Michael und Peter austrugen, wurden folgende Vorhersagen gemacht:

Frank sagte: "Jens oder Peter wird gewinnen."

Horst sagte: "Wenn Jens nicht gewinnt, dann gewinnt Michael."

Norbert sagte: "Wenn Michael gewinnt, dann wird Jens Zweiter."

Stefan sagte: "Michael wird schlechter abschneiden als Jens und Peter."

(a) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Alle vier Voraussagen sind wahre Aussagen.

(b) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Als einziger hatte Horst eine wahre Aussage gemacht.

Gib in beiden Fällen (a), (b) an, wer Erster, Zweiter bzw. Dritter wurde! In beiden Fällen (a), (b) ist noch bekannt, daß Jens, Peter und Michael alle drei verschiedene Zeiten liefen.

Erkläre, wie du deine Angaben gefunden hast!

Aufgabe 270622:

(a) Bei einem Wettkampf, an dem sich genau vier Mannschaften A, B, C und D beteiligten, spielte jede dieser Mannschaften gegen jede andere dieser Mannschaften genau ein Spiel. Zähle diese Spiele auf!

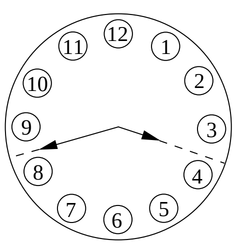
(b) Bei einem anderen Wettkampf spielte ebenfalls jede der teilnehmenden Mannschaften gegen jede andere der teilnehmenden Mannschaften genau ein Spiel. So kamen genau 21 Spiele zustande.

Wie viele Mannschaften nahmen insgesamt an diesem Wettkampf teil?

Zeige, daß bei der von dir angegebenen Anzahl von Mannschaften genau 21 Spiele zustandekommen!

Aufgabe 270623:

(a)

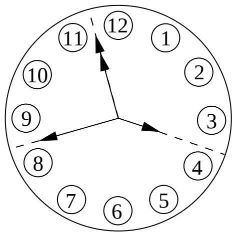


Der Stundenzeiger einer Uhr (siehe Abbildung) zeigt um 3.42 Uhr in die Lücke zwischen den Zahlen 3 und 4, der Minutenzeiger in die Lücke zwischen 8 und 9. Dadurch wird das Zifferblatt so aufgeteilt, daß in einem Teil die Summe $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$ und im anderen Teil die Summe $9 + 10 + 11 + 12 + 1 + 2 + 3 = 48$ steht.

Gesucht werden Uhrzeiten folgender Art: Jeder Zeiger zeigt in eine der zwölf Lücken zwischen benachbarten Zahlen und dadurch wird das Zifferblatt in zwei Teile aufgeteilt, in denen die gleiche Summe steht.

Nenne zwei solche Uhrzeiten zwischen 0.00 Uhr und 12.00 Uhr, die sich voneinander um mehr als 5 Minuten unterscheiden!

(b)



Bei einer anderen Uhr (siehe Abbildung) zeigt 57 Sekunden nach 3.42 Uhr der Sekundenzeiger in die Lücke zwischen den Zahlen 11 und 12.

Hierdurch und durch die anderen Zeiger wird das Zifferblatt in Teile mit den Summen

$$4+5+6+7+8=30,$$
$$9+10+11=20,$$
$$12+1+2+3=18$$

aufgeteilt.

Warum gibt es keine Uhrzeit, bei der (jeder Zeiger in eine der zwölf Lücken zeigt und) das Zifferblatt in drei Teile aufgeteilt wird, in denen die gleiche Summe steht?

Aufgabe 270624:

In einer Werkhalle stehen vier Maschinen zur Herstellung von Werkstücken. Jeweils in 24 Stunden werden

auf Maschine A genau 2 Werkstücke,

auf Maschine B genau 3 Werkstücke,

auf Maschine C genau 8 Werkstücke,

auf Maschine D genau 12 Werkstücke

hergestellt. Für jede der Maschinen gilt, daß zum Herstellen der Werkstücke auf dieser Maschine stets die gleiche Zeit gebraucht wird. Dabei ist die Zeiteinteilung so angelegt, daß jeweils die Herstellung des nächsten Werkstückes genau dann beginnt, wenn das vorhergehende fertig ist.

An einem Tag beginnen alle vier Maschinen gleichzeitig um 0.00 Uhr mit der Herstellung eines neuen Werkstücks. Wie oft kommt es an diesem Tag bis einschließlich 24.00 Uhr insgesamt vor, daß

(a) auf allen vier Maschinen,

(b) auf genau drei der vier Maschinen,

(c) auf genau zwei der vier Maschinen

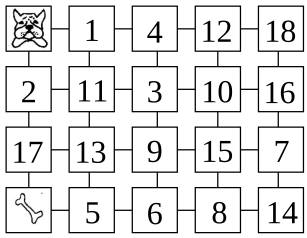
zum gleichen Zeitpunkt ein Werkstück fertig wird?

28. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

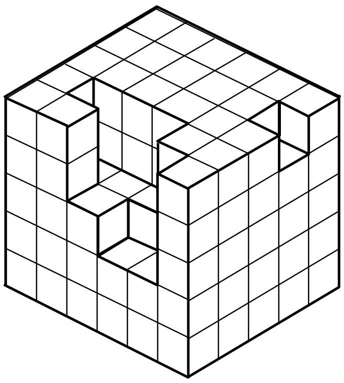
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 280611:

Bello kann nur dann zum Knochen gelangen, wenn er einen Weg wählt, bei dem das Produkt der dabei überquerten Zahlen 2 431 beträgt. Welchen Weg muß er wählen?



Aufgabe 280612:



Ein großer Quader wurde in kleine, untereinander gleich große Würfel zerlegt. Wie in der Abbildung ersichtlich, wurden dann einige kleine Würfel herausgenommen. Von denjenigen kleinen Würfeln, die in der Abbildung nicht zu sehen sind, wurde aber keiner weggenommen.

Wie viele der kleinen Würfel enthält dann der in der Abbildung gezeigte Restkörper insgesamt noch?

Beschreibe, wie du die gesuchte Anzahl gefunden hast!

Aufgabe 280613:

Mario, Petra, Rigo und Tanja unterhalten sich darüber, welche Plätze sie bei der Schulolympiade wohl belegen werden. Dabei äußern sie folgende Meinungen:

(1) Tanja wird den ersten Platz erreichen und Petra den zweiten.

(2) Tanja wird Zweite werden und Rigo Dritter.

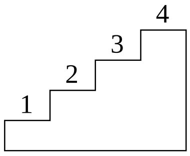
(3) Mario wird den zweiten Platz und Rigo den vierten belegen.

(4) Keine zwei Schüler werden auf den gleichen Platz kommen.

Nach Abschluß der Schulolympiade stellt sich heraus, daß die Aussage (4) wahr ist und daß in den Meinungen (1), (2) und (3) jeweils genau eine der beiden Aussagen wahr und die andere falsch ist.

Gib an, welcher Schüler hiernach welchen Platz bei der Schulolympiade belegte! Zeige, daß die von dir genannte Platzverteilung die Bedingungen der Aufgabe erfüllt!

Aufgabe 280614:



Die Treppe in der Abbildung besteht aus vier Stufen. Um diese vierstufige Treppe hinaufzugehen, darf man jeweils mit einem Schritt entweder genau eine oder genau zwei Stufen nach oben steigen. (Eine hiernach mögliche Schrittfolge lautet z.B. 1, 3, 4.)

a) Gib für diese Treppe alle möglichen Schrittfolgen an! Wieviel sind es insgesamt?

b) Gib für eine dreistufige Treppe alle möglichen Schrittfolgen an, ebenso für eine zweistufige Treppe und für eine einstufige Treppe!

c) Jemand behauptet: "Man kann die Anzahl aller möglichen Schrittfolgen für eine vierstufige Treppe durch eine einfache Rechnung finden, wenn man die Anzahl aller möglichen Schrittfolgen für eine dreistufige Treppe und die Anzahl aller möglichen Schrittfolgen für eine zweistufige Treppe kennt."

Gib eine solche einfache Rechnung an! Schreibe sie in Form einer Gleichung!

d) Schreibe entsprechend eine Gleichung, mit der sich die Anzahl aller möglichen Schrittfolgen für eine dreistufige Treppe aus den entsprechenden Anzahlen für eine zweistufige und für eine einstufige berechnen läßt!

e) Wie kommt es, daß die in c) und d) gefundenen Beziehungen gelten?

f) Gib die Anzahl aller möglichen Schrittfolgen für eine fünfstufige und für eine sechsstufige Treppe an!

28. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 280621:

An der Bahnstrecke von Pfiffigstadt nach Knobelshausen liegen zwischen diesen beiden Orten noch drei Bahnstationen: Adorf, Bedorf, Cedorf.

In jedem dieser fünf Bahnhöfe kann man Fahrkarten nach jedem anderen dieser Bahnhöfe kaufen. André besitzt zu jeder dieser möglichen Verbindungen genau eine Fahrkarte. Weitere Fahrkarten hat er noch nicht in seiner Sammlung.

Wieviel Fahrkarten hat André insgesamt? (*Hinweis:* Hin- und Rückfahrt gelten als verschiedene Verbindungen, kombinierte "Hin- und Rückfahrkarten" gibt es jedoch nicht.)

Aufgabe 280622:

Frau Müller und ihre Tochter Michaela, Frau Beyer und ihre Söhne Jan und Gerd sowie Frau Schulz mit ihren Kindern Steffi und Jens besuchen gemeinsam eine Veranstaltung. Frau Müller kauft die Eintrittskarten für alle und bezahlt 22 Mark.

Wieviel Geld müssen Frau Beyer und Frau Schulz der Frau Müller geben, um die Eintrittskarten für sich und ihre Kinder zu bezahlen, wenn für Michaela, Jan, Gerd, Steffi und Jens jeweils nur der halbe Eintrittspreis wie für einen Erwachsenen entrichtet werden mußte?

Aufgabe 280623:

Rolf zeichnet ein Rechteck. Er verkleinert dann dessen größere Seitenlänge um 2 cm und stellt fest: Dabei entsteht ein zweites Rechteck, dessen Flächeninhalt um $8\,\text{cm}^2$ kleiner ist als der Flächeninhalt des ersten Rechtecks. Ferner vergrößert er beide Seitenlängen des ersten Rechtecks um je 1 cm und stellt fest: Dabei entsteht ein drittes Rechteck, dessen Flächeninhalt um $13\,\text{cm}^2$ größer ist als der Flächeninhalt des ersten Rechtecks.

Weise nach, daß sich allein aus Rolfs Feststellungen die beiden Seitenlängen des ersten Rechtecks ermitteln lassen! Gib diese Seitenlängen an!

Aufgabe 280624:

Heidi, Manuela, Peggy und Simone starteten beim Schulsportfest, jedes dieser Mädchen in genau einer der Sportarten "Handball", "Mehrkampf", "Pop-Gymnastik", "Schwimmen". Ferner ist bekannt:

(1) Jedes der vier Mädchen errang genau eine Medaille; zwei Mädchen Gold, die beiden anderen Silber.

(2) Für Mädchen mit gleicher Medaille gilt stets: Bei jedem dieser Mädchen beginnt der Name mit demselben Buchstaben wie die Sportart des anderen Mädchens.

(3) Heidi erhielt eine Medaille geringeren Wertes als Manuela.

(4) Simone erkämpfte nicht die gleiche Medaille wie die Handballerin.

Zeige, daß aus diesen Angaben eindeutig gefunden werden kann,

a) in welcher Sportart jedes der Mädchen gestartet ist,

b) welche Medaille jedes der Mädchen errungen hat!

Überprüfe auch, ob mit den so gefundenen Sportarten und Medaillen alle Angaben (1) bis (4) erfüllt werden!

29. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

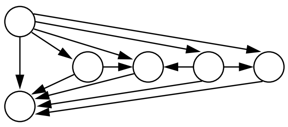
Aufgabe 290611:

Peter möchte aus einer Kanne, in der sich mehr als 13 Liter Milch befinden, genau 13 Liter abmessen. Das genaue Fassungsvermögen der Kanne ist nicht bekannt, und es ist auch nicht bekannt, wieviel Milch genau in der Kanne ist. Außer der Kanne stehen noch genau zwei weitere Gefäße zur Verfügung. Das eine hat ein Fassungsvermögen von genau 5 Liter, das andere ein Fassungsvermögen von genau 17 Liter. (Eine Skaleneinteilung oder ähnliche Möglichkeiten zum Abmessen anderer Mengen gibt es jedoch nicht.)

Beschreibe, wie Peter allein mit diesen Hilfsmitteln genau 13 Liter Milch abmessen kann!

Aufgabe 290612:

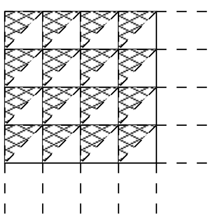
a) Trage in die sechs Kreise des Bildes je eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 6, 12 so ein, daß jeder Pfeil von einer Zahl zu einem ihrer Teiler führt! Dabei soll jede der genannten Zahlen genau einmal verwendet werden.



b) Ergänze die Figur durch einen weiteren Kreis mit der Zahl 18 und mit den entsprechend zu erklärenden Pfeilen!

c) Zeichne eine neue Figur, wieder bestehend aus Kreisen und entsprechend zu erklärenden Pfeilen, in der die Zahl 75 und alle ihre Teiler vorkommen!

Aufgabe 290613:



Ein rechteckiger Fußboden, der $3,6$ m lang und $2,7$ m breit ist, soll mit zwei Sorten gleichgroßer, aber verschiedenfarbiger dreieckiger Teppichfliesen so ausgelegt werden, daß ein Muster entsteht, wie es durch Fortsetzen des Musters des Bildes zu erhalten ist.

Je zwei solcher dreieckigen Fliesen einer Farbe sollen durch einmaliges Zerschneiden einer quadratischen Fliese mit der Seitenlänge 30 cm hergestellt werden.

Wie viele quadratische Teppichfliesen werden von jeder der beiden Sorten insgesamt benötigt?

Aufgabe 290614:

Von den 25 Schülern einer Klasse gehören genau 20 einer Sportgruppe an. An der AG Mathematik nehmen genau 12 Schüler dieser Klasse teil. Genau 3 Schüler dieser Klasse gehören weder einer Sportgruppe noch der AG Mathematik an.

Zeige, wie man aus diesen Angaben erhalten kann, daß es auf folgende Fragen eindeutig bestimmte Zahlenangaben als Antworten gibt! Gib diese Antworten an!

a) Wie viele Schüler dieser Klasse insgesamt gehören zwar der AG Mathematik, aber nicht einer Sportgruppe an?

b) Wie viele Schüler dieser Klasse insgesamt gehören zwar einer Sportgruppe, aber nicht der AG Mathematik an?

c) Wie viele Schüler dieser Klasse insgesamt gehören sowohl der AG Mathematik als auch einer Sportgruppe an?

29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 290621:

Jana will an der Wandzeitung über Christians, Alexanders und Martins Erfolge in der außerunterrichtlichen Tätigkeit berichten. Sie befragt die drei Schüler und notiert sich folgendes:

(1) Alle drei Schüler nahmen an der Mathematikolympiade teil. Einer dieser Schüler errang einen ersten Preis, ein weiterer von ihnen einen zweiten Preis und der restliche Schüler einen dritten Preis.

(2) Martin und der Gewinner des zweiten Preises betreiben gern Leichtathletik. Beide erkämpften beim letzten Sportfest je eine Silbermedaille.

(3) Im Wettbewerb der Jungen Rezitatoren schnitt der Gewinner des zweiten Preises bei der Mathematikolympiade besser als Christian ab.

(4) Der Gewinner des ersten Preises bei der Mathematikolympiade spielt in seiner Freizeit gern Schach; sein häufigster Gegner dabei ist Martin.

Als Jana ihre Notizen durchliest, stellt sie fest, daß sie gar nicht aufgeschrieben hat, welcher der drei Schüler welchen der drei Preise bei der Mathematikolympiade errang.

Stelle fest, ob sich das trotzdem aus den Notizen von Jana eindeutig ermitteln läßt! Wenn dies der Fall ist, so gib die Verteilung der drei Preise an!

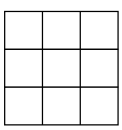
Aufgabe 290622:

a) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) die Punkte $A(2; 3)$, $B(6; 1)$, $C(6; 5)$ und $D(4; 6)$ ein! Verbinde die Punkte A, B, C und D so miteinander, daß ein Viereck entsteht! Verbinde dann in diesem Viereck den Punkt A mit dem Punkt C und den Punkt B mit D! Bezeichne den Schnittpunkt der Strecken AC und BD mit E!

b) Spiegele die erhaltene Figur an der Geraden durch C und D! Verbinde anschließend noch den Punkt A mit seinem Bildpunkt A' und den Punkt B mit seinem Bildpunkt B'!

c) Die insgesamt erhaltene Figur soll längs ihrer Strecke so durchlaufen werden, daß jede Strecke genau einmal in einem solchen Weg vorkommt. Wähle einen geeigneten Anfangspunkt und schreibe einen derartigen Weg auf!

Aufgabe 290623:



Das Bild zeigt ein Quadrat, das sich aus neun Feldern zusammensetzt. Die Seitenlänge jedes einzelnen Feldes sei 1 cm.

a) Ermittle die Anzahl aller derjenigen Rechtecke, die aus solchen Feldern bestehen!

b) Ermittle die Summe der Flächeninhalte aller dieser Rechtecke!

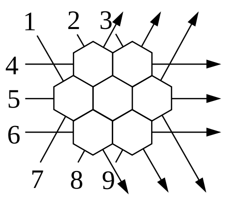
Aufgabe 290624:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

a) In ein 3×3-Quadrat sollen die Zahlen 1 bis 9 so eingetragen werden, daß jede Zahl in genau ein Feld kommt, in jedes Feld genau eine Zahl kommt und daß sich in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder der beiden Diagonalen die gleiche Summe ergibt.

Das Bild zeigt dafür ein Beispiel.

Gib eine weitere Eintragung der geforderten Art an!



b) Als in der Mathematik-AG über solche Aufgaben gesprochen wurde, versuchte Peter, eine Aufgabe mit sechseckigen Feldern zu stellen. Er wählt die Figur aus dem Bild und stellt die Aufgabe:

In die sieben Felder sollen die Zahlen 1 bis 7 so eingetragen werden, daß jede Zahl in genau ein Feld kommt, in jedes Feld genau eine Zahl kommt und daß sich in jeder der neun gekennzeichneten Linien die gleiche Summe ergibt.

Gibt es eine derartige Eintragung? Wenn das der Fall ist, gib ein Beispiel an! Wenn es unmöglich ist, eine solche Eintragung zu bilden, begründe das!

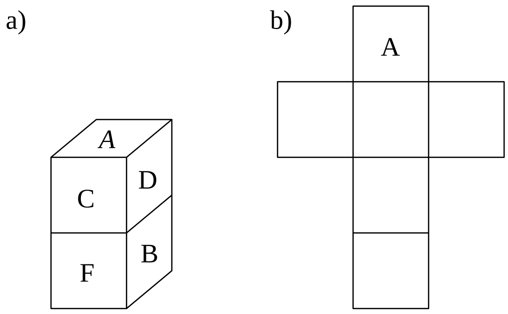
30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300611:

Das Bild a) zeigt zwei gleiche, mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F in gleicher Anordnung beschriftete Würfel.

Man soll die Beschriftung des Würfelnetzes im Bild b) so ergänzen, daß zwei Würfel, die mit je einem solchen Netz hergestellt werden, sich zum Bild a) zusammenstellen lassen.



Gib zwei verschiedene Ergänzungsmöglichkeiten an! Gib zu beiden Ergänzungsmöglichkeiten an, welche Fläche des unteren Würfels dann als Grundfläche gewählt werden muß!

Aufgabe 300612:

a) Gib alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen an, bei denen eine der beiden Ziffern um 4 kleiner ist als die andere!

b) Ermittle unter diesen Zahlen alle diejenigen, die durch ihre Quersumme teilbar sind!

Hinweis: Die Quersumme einer natürlichen Zahl ist die Summe ihrer Ziffern. So hat z.B. die Zahl 24 801 wegen $2 + 4 + 8 + 0 + 1 = 15$ die Quersumme 15.

Aufgabe 300613:

Lina kauft 7 Bleistifte und 8 Hefte ein und stellt dabei fest, daß 7 Bleistifte teurer als 8 Hefte sind.

Was ist teurer: 10 Bleistifte und 2 Hefte oder 11 Hefte und 2 Bleistifte? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 300614:

Die Seiten eines Buches sind mit den Zahlen von 1 bis 235 durchnumeriert.

a) Wie oft wurde bei der Numerierung insgesamt die Ziffer 4 verwendet?

b) Wie oft wurde bei der Numerierung insgesamt die Ziffer 0 verwendet?

c) Wie viele Ziffern sind insgesamt bei dieser Numerierung zu drucken?

30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300621:

a) Zeichne in ein Koordinatensystem das Quadrat $ABCD$ mit den Eckpunkten

A(1;1), B(5;1), C(5;5), D(1;5)

und das Quadrat $PQRS$ mit den Eckpunkten

P(9;1), Q(13;1), R(13;5), S(9;5)

ein!

b) Gibt es eine Spiegelung und auch eine Drehung, bei der das Quadrat $PQRS$ das Bild des Quadrates $ABCD$ ist? Wenn dies der Fall ist, gib die Koordinaten des Drehzentrums und die Größe des Drehwinkels an! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Hinweis: Wenn das Quadrat $PQRS$ das Bild des Quadrates $ABCD$ ist, so braucht die Reihenfolge P, Q, R, S nicht die Reihenfolge der Bildpunkte A, B, C, D zu sein.

Aufgabe 300622:

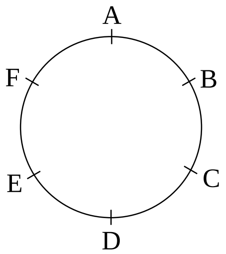


Abbildung a

Sechs Personen A, B, C, D, E, F wollen ihre Sitzordnung (Abbildung a) so ändern, daß in der neuen Sitzordnung jede Person feststellen kann: Unter meinen beiden Nachbarn befindet sich jetzt keiner der beiden, die ich vorher (in Abbildung a) als Nachbarn hatte.

a)

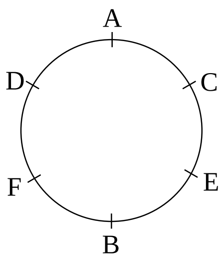


Abbildung b

Abbildung b zeigt eine solche neue Sitzordnung. Fülle zur Überprüfung, daß tatsächlich eine Sitzordnung der geforderten Art vorliegt, die folgende Tabelle aus!

Person	Nachbarn in Abb. a	Nachbarn in Abb. b
A		
B		
C		
D		
E		
F		

b) Gib alle weiteren Möglichkeiten in einer neuen Sitzordnung der geforderten Art an! Dabei sollen jeweils außer einer schon angegebenen Möglichkeit diejenigen nicht mehr angegeben werden, die aus ihr durch Drehung oder Spiegelung zu erhalten sind.

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 300623:
Eine Buchdruckerei habe zum Druck der Ziffern 0, 1, ..., 9 Lettern in folgenden Stückzahlen zur Verfügung:

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Stückzahl	350	340	320	340	360	310	300	320	320	340

Unter Verwendung nur dieser Lettern sollen die Seitenzahlen von 1 bis 1 020 eines Buches gedruckt werden. Dabei soll keine Letter mehr als einmal benutzt werden. Reichen die Lettern hierfür aus? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 300624:
Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen n, die sich in der Form $n = 5a + 7b$ darstellen lassen, wobei a und b natürliche Zahlen sind!

31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

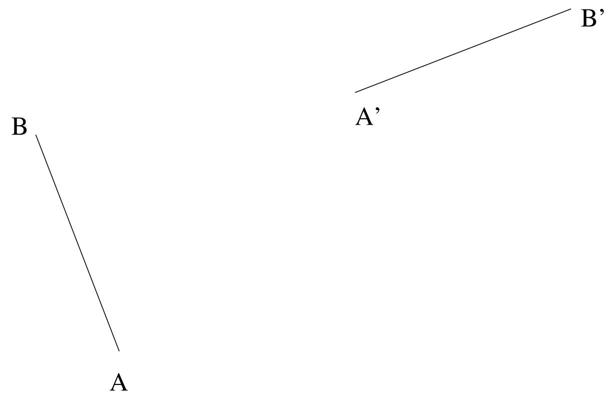
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 310611:

Uwe und Jan zeichnen jeder ein Rechteck, das sich in genau 60 Quadrate von je 1 cm Seitenlänge zerlegen läßt. Jans Rechteck hat einen doppelt so großen Umfang wie Uwes Rechteck.

Ermittle die Seitenlängen der Rechtecke von Uwe und Jan!

Aufgabe 310612:



a) Begründe, daß jede Drehung, die einen gegebenen Punkt A in einen anderen gegeben Punkt A' überführt, ihren Drehpunkt M auf der Mittelsenkrechten von AA' haben muß!

b) Die Abbildung zeigt zwei einander gleichlange Strecken AB und $A'B'$.

Konstruiere den Drehpunkt M derjenigen Drehung, bei der A in A' und B in B' übergeht, also die Strecke AB das Bild A'B' hat! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310613:

Elke, Regina, Gerd und Joachim vergleichen ihre Briefmarkensammlungen. Sie bemerken:

(1) Joachim hat mehr Briefmarken als Gerd.

(2) Elke und Regina haben zusammen genau so viele Briefmarken, wie Joachim und Gerd zusammen haben.

(3) Elke und Joachim haben zusammen weniger Briefmarken als Regina und Gerd zusammen haben.

Stelle fest, ob diese Angaben nur durch eine Reihenfolge für die Anzahlen von Elkes, Reginas, Gerds und Joachims Briefmarken erfüllt werden können! Wenn das der Fall ist, ermittle diese Reihenfolge, nach fallenden Anzahlen geordnet!

Aufgabe 310614:

An einem Ausflug nahmen insgesamt 20 Personen teil. Man bemerkte:

(1) Genau 5 der Teilnehmer waren 30 Jahre alt oder jünger.

(2) Von den Teilnehmern, die älter als 30 Jahre waren, kauften sich genau 10 bei der ersten Rast etwas zu trinken, genau 12 bei der zweiten Rast. Kein Teilnehmer verzichtete beide Male auf diesen Kauf.

(3) Genau 6 der Teilnehmer waren 40 Jahre alt oder älter, darunter genau 2, die bei der ersten Rast nichts zu trinken kauften, und genau 2, die bei der zweiten Rast nichts zu trinken kauften.

Wieviele der Teilnehmer, die älter als 30, aber jünger als 40 Jahre waren, kauften sich sowohl bei der ersten als auch bei der zweiten Rast etwas zu trinken?

31. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 310621:

a) Eine sechsstellige Zahl soll mit den Ziffern 1, 1, 2, 2, 3, 3 geschrieben werden. Die Reihenfolge dieser sechs Ziffern soll so gewählt werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

   (1) Zwischen den beiden Ziffern 1 soll genau eine andere Ziffer stehen.

   (2) Zwischen den beiden Ziffern 2 sollen genau zwei andere Ziffern stehen.

   (3) Zwischen den beiden Ziffern 3 sollen genau drei andere Ziffern stehen.

b) Eine achtstellige Zahl soll mit den Ziffern 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 geschrieben werden. Für die Reihenfolge soll außer den Bedingungen (1), (2), (3) auch die folgende Bedingung erfüllt werden:

   (4) Zwischen den beiden Ziffern 4 sollen genau vier andere Ziffern stehen.

Gib zu a) und zu b) jeweils alle Zahlen an, die die Bedingungen erfüllen! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310622:

Zwischen vier Mannschaften A, B, C, D wurde ein Fußballturnier ausgetragen. Jede Mannschaft spielte genau einmal gegen jede andere. Für ein gewonnenes Spiel gab es zwei Punkte, für ein unentschiedenes einen Punkt und für ein verlorenes Spiel keinen Punkt. Das Spiel zwischen den Mannschaften C und D endete als einziges unentschieden. Keine zwei Mannschaften erreichten die gleiche Punktzahl. Die Mannschaft B wurde Letzter.

a) Untersuche, ob durch diese Informationen eindeutig bestimmt ist, welchen Platz die Mannschaft A belegte und wieviel Punkte sie erreichte! Wenn das der Fall ist, gib beides an!

b) Sind die gegebenen Informationen auch ausreichend, um den genauen Endstand (Plazierungen der einzelnen Mannschaften und jeweils erreichte Punkte) des Turniers angeben zu können? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 310623:

Wieviele natürliche Zahlen gibt es insgesamt, die

a) Teiler von 256 sind,

b) Teiler von $2 \cdot 256$ sind,

c) Teiler von $256 \cdot 256$ sind?

Erkläre zu jeder deiner drei Antworten, wie du sie gefunden hast!

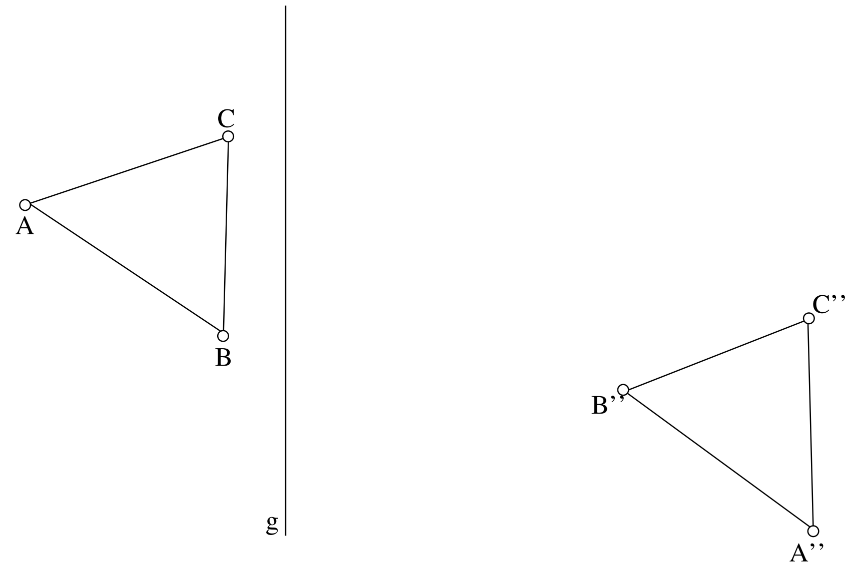
Aufgabe 310624:
Auf dem Arbeitsblatt befinden sich zwei Dreiecke ABC, $A''B''C''$ und eine Gerade g. Zu konstruieren ist

1. das Bild $A'B'C'$ von ABC bei der Spiegelung an g,
2. der Drehpunkt M derjenigen Drehung, die $A'B'C'$ in $A''B''C''$ überführt.

a) Fertige auf dem Arbeitsblatt eine Konstruktionszeichnung an, die alle benötigten Hilfslinien enthält!

b) Beschreibe deine Konstruktion!

Eine Begründung wird nicht verlangt.



32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320611:

$$\begin{array}{ccccc} A & \cdot & A & = & B \\ \cdot & & - & & - \\ C & \cdot & C & = & D \\ \hline E & - & F & = & G \end{array}$$

Für die Buchstaben sind Grundziffern (0; 1; 2; . . . ; 8; 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Grundziffern und für unterschiedliche Buchstaben unterschiedliche Grundziffern stehen und daß die angegebenen Rechenoperationen richtig gelöst sind.

Aufgabe 320612:
Von drei Mädchen aus unterschiedlichen Familien sei folgendes bekannt:

(1) Sie heißen Sabine, Christiane und Miriam.

(2) Miriam hätte lieber blondes Haar wie eines der drei Mädchen.

(3) Jedes der drei Mädchen hat eine andere Haarfarbe.

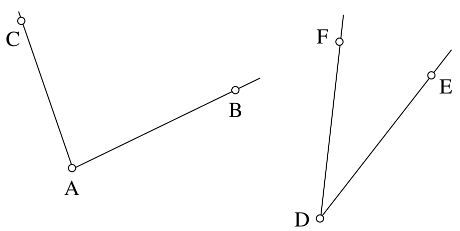
(4) Das rothaarige Mädchen hat dieselbe Haarfarbe wie ihr Bruder.

(5) Christiane hätte lieber solches schwarzes Haar wie die Schwester von Miriam.

(6) Das schwarzhaarige Mädchen hat keine Geschwister und ist mit seiner Haarfarbe zufrieden.

Welche Haarfarbe hat jedes der drei Mädchen?

Aufgabe 320613:



Gegeben seien zwei Winkel BAC und EDF mit den Maßen $\alpha + \beta$ bzw. $\alpha - \beta$ (s. Abb.). Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal zwei Winkel mit den Maßen α und β.

Beschreibe, wie du die Konstruktion gefunden hast.

Aufgabe 320614:
Ein Radfahrer fährt von Schnellhausen nach Sausedorf, wobei er täglich 36 Kilometer zurücklegt. Gleichzeitig fährt ihm ein anderer Radfahrer, der täglich 34 Kilometer zurücklegt, von Sausedorf aus entgegen. Die Entfernung zwischen Schnellhausen und Sausedorf beträgt 350 km.

In wieviel Tagen treffen sich die beiden Radfahrer? Führe auch eine Probe durch.

32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320621:

Bei der folgenden sechsstelligen Zahl sind zwei Ziffern unleserlich geworden und durch Sternchen ersetzt:

$$3\ 8\ *\ *\ 4\ 2$$

Anstelle der Sternchen sind zwei Ziffern so einzufügen, daß die Zahl durch 9 teilbar ist.

Gib alle sechsstelligen Zahlen an, die durch derartiges Einfügen entstehen können! Weise nach, daß alle gesuchten Zahlen von dir angegeben wurden!

Aufgabe 320622:

Ein Holzwürfel, dessen sechs Seitenflächen mit roter Farbe angestrichen wurden, wird anschließend in eine Anzahl untereinander gleichgroßer Teilwürfel zersägt.

a) Wie groß ist diese Anzahl, wenn bekannt ist, daß sich unter den entstandenen Teilwürfeln genau 72 mit je genau zwei roten Seitenflächen befinden?

b) Wieviele der übrigen entstandenen Teilwürfel haben je genau eine rote Seitenfläche,

c) wieviele haben keine rote Seitenfläche?

Aufgabe 320623:

Bei einem Geländespiel erhält eine Pfadfindergruppe folgenden Auftrag:

- Geht vom Ausgangspunkt A aus 600 m geradlinig nach Norden! Dort befindet sich ein Aussichtsturm (Punkt B).
- Ändert nun euren Kurs um 60° in nordöstliche Richtung! Nach 500 m erreicht ihr eine alte Scheune (Punkt C).
- Geht jetzt im rechten Winkel in etwa südöstliche Richtung um 700 m weiter! Dort ist eine hohle Eiche (Punkt D). Von ihr aus sollt ihr wieder nach A zurückfinden.

a) Um wieviel Grad muß die Pfadfindergruppe in D den Kurs ändern, um geradlinig nach A zu gelangen?

b) Wie lang ist die Strecke von A nach D?

c) Ein Mitglied der Gruppe will bereits von C aus nach A zurückkehren. Wie weit ist A von C entfernt?

Fertige zur Beantwortung dieser Fragen eine Zeichnung an (auf weißem, nicht kariertem oder liniiertem Papier; in geeigneter Verkleinerung); entnimm die gesuchten Angaben mit Zeichengenauigkeit!

Aufgabe 320624:

Ein rechteckiges Kinderzimmer ist 4 m und 40 cm lang sowie 3 m und 30 cm breit. Es hat genau eine Tür, diese ist 90 cm breit. Thomas will an die Wände dieses Zimmers eine neue Fußbodenleiste anbringen. Er berechnet durch Berücksichtigung der genannten Maßangaben die erforderliche Gesamtlänge an Leistenholz.

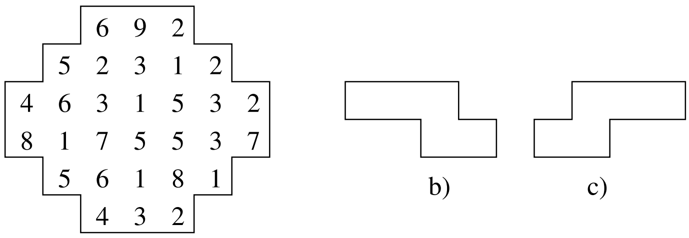
Das laufende Meter Leistenholz kostet 5 DM. Thomas kauft die von ihm berechnete Gesamtlänge und bezahlt mit einem Hundertmarkschein. Wieviel Geld erhält er zurück?

33. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330611:

Zerlege die Figur aus Abb. a) so in Teilstücke, daß jedes Teilstück die Gestalt von Abb. b) oder von Abb. c) hat und daß auf jedem Teilstück die Summe der Zahlen 20 beträgt!



a) b) c)

Aufgabe 330612:

Zwei Zahlen sollen die Summe 2 028 haben. Dividiert man die erste Zahl durch 28, so soll sich dasselbe ergeben wie bei Division der zweiten Zahl durch 128.

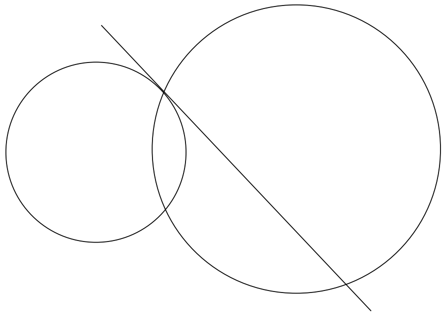
Zeige, daß die beiden Zahlen durch diese Forderungen eindeutig bestimmt sind; finde sie und bestätige, daß sie die Forderungen erfüllen!

Aufgabe 330613:

Karin zeichnet zwei Kreise, die sich in zwei verschiedenen Punkten schneiden. Dann zeichnet sie eine Gerade und zählt an der entstandenen Figur,

1. wieviele Punkte es gibt, die als gemeinsamer Punkt (Schnitt- oder Berührungspunkt) von mindestens zwei der drei gezeichneten Linien vorkommen,
2. wieviele Gebiete es gibt, die von Teilen der Linien vollständig eingeschlossen werden und in ihrem Innern frei von anderen Linienteilen sind.

Die Abbildung zeigt als Beispiel eine Figur mit 3 Punkten und 4 Gebieten.



Zeichne Figuren mit

a) 2 Punkten, 4 Gebieten;

b) 4 Punkten, 4 Gebieten;

c) 4 Punkten, 5 Gebieten!

Anregung: Stelle fest, welche Punkt- und Gebietszahlen überhaupt möglich sind! Was ändert sich, wenn auch Kreise zugelassen werden, die sich berühren?

Aufgabe 330614:

Ist n eine natürliche Zahl, so bezeichnet man das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n mit dem Zeichen $n!$ (gelesen: "n - Fakultät"). Beispielsweise ist $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Wie lauten die letzten drei Ziffern der Zahl, die sich beim Ausrechnen von

$$1! + 2! + 3! + 4! + ... + 99! + 100!$$

ergeben würde?

33. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330621:

Von einem "Fest der Tiere" wird erzählt:

> Dort waren ebenso viele Storchenbeine wie Käfer, 90 Käferbeine mehr als Hasen, aber dreimal so viele Hasenbeine wie Störche.

Nenne Anzahlen der Störche, Hasen und Käfer, so daß die Erzählung stimmt! Überprüfe dies bei deinen Anzahlangaben!

Bemerkung: Die Tiere sollen alle nach dem Biologielehrbuch gebaut sein: Jeder Storch mit 2 Beinen, jeder Hase mit 4 Beinen, jeder Käfer mit 6 Beinen.

Aufgabe 330622:

Man denke sich aus den fünf Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 alle verschiedenen Zahlen gebildet, die durch die Anordnung dieser Ziffern in jeder möglichen Reihenfolge entstehen können. Welches ist die Summe aller dieser fünfziffrigen Zahlen?

Aufgabe 330623:

Konstruiere ein rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\overline{AC} = 5$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm und dem rechten Winkel bei C! Konstruiere weiter den Kreis k um C mit dem Radius $2,5$ cm!

Nun soll eine Gerade g so gelegt werden, daß folgende Bedingung erfüllt wird: Wenn man das Dreieck ABC an g spiegelt und dabei das Dreieck $A'B'C'$ erhält, so hat der Kreis k genau 3 gemeinsame Punkte (Schnitt- oder Berührungspunkte) mit diesem Dreieck, d.h. mit der Linie, die sich aus den drei Strecken $A'B'$, $B'C'$ und $C'A'$ zusammensetzt.

Konstruiere eine solche Gerade g und überprüfe durch Konstruktion des durch Spiegelung entstehenden Dreiecks $A'B'C'$, ob die Bedingung erfüllt ist!

Aufgabe 330624:

In einer Schachtel sind Kugeln; jede von ihnen hat eine der Farben blau, gelb, rot. Von jeder Farbe sind mindestens 3, aber höchstens 7 Kugeln vorhanden. Die Anzahl aller Kugeln in der Schachtel ist eine Primzahl.

Die Anzahl der roten Kugeln ist durch die Anzahl der gelben Kugeln teilbar. Nimmt man eine gelbe und zwei rote Kugeln heraus, so ist die Anzahl aller Kugeln in der Schachtel durch 5 teilbar, außerdem ist dann wieder die Anzahl der roten Kugeln in der Schachtel durch die Anzahl der gelben Kugeln in der Schachtel teilbar.

Wieviele Kugeln waren zu Anfang von jeder Farbe in der Schachtel?

33. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330631:

Finde alle Möglichkeiten, drei natürliche Zahlen a, b, c so zusammenstellen, daß $a+b+c=12$ und $c-b=3$ gilt!

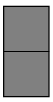
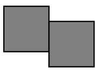
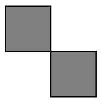
Hinweis:

1. Die Null soll auch als natürliche Zahl bezeichnet werden.
2. Es wird auch zugelassen, daß sich unter den Zahlen a, b, c solche befinden, die einander gleich sind.

Aufgabe 330632:

Aus 21 Quadraten der Seitenlänge 1 cm soll eine Figur F zusammengesetzt werden:

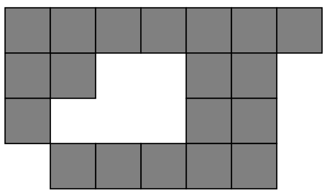
An das erste Quadrat legt man ein zweites so an, daß sie beide genau eine Seite gemeinsam haben: 

oder  (dagegen *nicht*  und auch *nicht* )

Dann legt man immer das nächste Quadrat so an, daß es ebenfalls genau eine Seite mit einem schon hingelegten Quadrat gemeinsam hat.

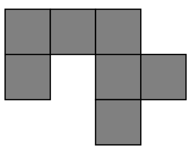
Am Ende soll die Figur F folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Es soll keine freie Fläche geben, die ganz von Quadraten der Figur F umschlossen wäre, zum Beispiel:



(2) Die Figur F soll ganz in ein großes Quadrat der Seitenlänge 6 cm hineinpassen.

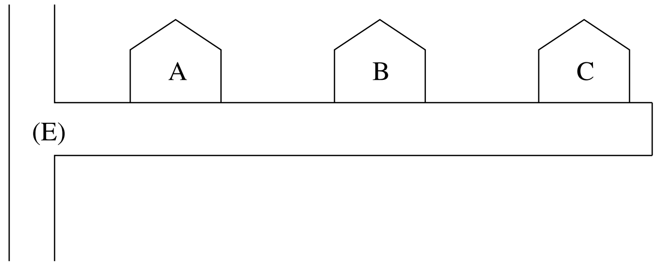
(3) Die Figur F soll den Umfang 42 cm haben. *Beispiel:* Der *Umfang* der folgenden Figur beträgt 16 cm.



Zeichne eine solche Figur F!

Aufgabe 330633:

In einer Sackgasse, die an einer Ecke (E) beginnt, stehen drei Häuser A, B, C in einer Reihe:



Ein Briefträger, der die Sackgasse an der Ecke (E) betritt, dann zu jedem Haus Post bringt und danach zur Ecke (E) zurückkehrt, kann dies z.B. in der Reihenfolge $(E) \Rightarrow A \Rightarrow C \Rightarrow B \Rightarrow (E)$ tun. Er kann es aber z.B. auch in der Reihenfolge $(E) \Rightarrow B \Rightarrow A \Rightarrow C \Rightarrow (E)$ tun; dabei macht er jedoch einen Umweg, weil er die Strecke zwischen A und B öfter als nötig durchläuft.

(a) Wie viele Möglichkeiten der Reihenfolge, bei denen kein Umweg vorkommt, gibt es insgesamt? Nenne alle diese Möglichkeiten!

(b) Jetzt sollen in der Sackgasse vier Häuser in einer Reihe stehen. Wieviele Möglichkeiten der Reihenfolge, bei denen kein Umweg vorkommt, gibt es hierzu insgesamt? Nenne auch alle diese Möglichkeiten!

(c) Wie viele Möglichkeiten der Reihenfolge, bei denen kein Umweg vorkommt, gibt es insgesamt, wenn in der Sackgasse 10 Häuser in einer Reihe stehen?

Hinweis: Für diese Aufgabe kann man Überlegungen beim Lösen von (a) und (b) nutzen.

Aufgabe 330634:

Sechs Kugeln, und zwar drei blaue und drei gelbe, werden an Annette, Bernd und Christiane verteilt. Jedes dieser drei Kinder bekommt wenigstens eine Kugel, aber höchstens drei Kugeln. Damit die Verteilung nicht so leicht zu erkennen ist, macht Dieter drei falsche Aussagen.

Erika meint dennoch: Wenn man weiß, daß alle diese Aussagen falsch sind, ist die Verteilung der Kugeln (für jedes Kind die Anzahlen der blauen und der gelben Kugeln) dadurch eindeutig bestimmt.

Die drei Aussagen von Dieter lauten:

(1) Die blauen Kugeln wurden an weniger als drei Kinder verteilt.

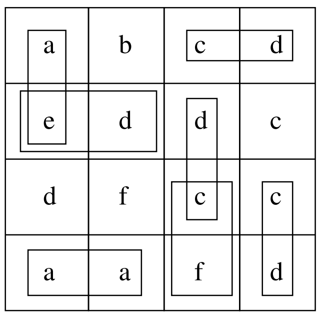
(2) Annette bekam genau zwei Kugeln.

(3) Bernd bekam Kugeln unterschiedlicher Farben.

Hat Erika recht? Begründe Deine Antwort!

Aufgabe 330635:

Ein 4×4 - Feld soll mit Buchstaben so gefüllt werden, wie folgendes Bild an einem Beispiel zeigt:



In jedem so gefüllten Feld kann man "Wörter" lesen, die aus zwei Buchstaben bestehen. Die "Wörter" liest man entweder von links nach rechts oder von oben nach unten. (Als Beispiele sind die "Wörter" ae, cd, ed, dc, cf, cd und aa hervorgehoben. Man hat also auch solche "Wörter" zu beachten, die einen Buchstaben gemeinsam haben, wie im Beispiel ae mit ed und dc mit cf.)

"Wörter", die sich nur in der Reihenfolge der Buchstaben voneinander unterscheiden (wie im Beispiel cd und dc), gelten nicht als einander gleich.

Folgende Bedingungen werden zusätzlich verlangt:

(1) In keinem "Wort" dürfen die beiden Buchstaben einander gleich sein (wie im Beispiel im "Wort" aa).

(2) Kein "Wort" darf mehrfach vorkommen (wie im Beispiel das "Wort" cd).

a) Finde eine Eintragung, die diese Bedingungen erfüllt und nur die 7 Buchstaben a, b, c, d, e, f, g verwendet!

b),c) Gibt es auch eine Eintragung, die diese Bedingungen erfüllt und

b) nur 6 Buchstaben,

c) nur 5 Buchstaben

verwendet? Begründe Deine Antworten!

Aufgabe 330636:

Anja und Bernd spielen ein Spiel nach folgenden Regeln:

Verwendet werden 8 Karten, jede mit genau einer der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, und ein Spielbrett aus 7 Feldern:

Zunächst wird eine natürliche Zahl n vereinbart. Dann legen Anja und Bernd abwechselnd (beginnend mit Anja) auf je ein beliebiges Feld der Figur, das noch frei ist, eine der noch nicht verwendeten Karten. Am Ende ist eine siebenstellige Zahl entstanden. Ist sie durch n teilbar, so hat Anja gewonnen, anderenfalls Bernd.

a) Finde zwei der Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, für die gilt: Ist diese Zahl als n vereinbart worden, so kann Anja den Gewinn erzwingen, gleichgültig, wie Bernd spielt! Erkläre, wie Anja dies tun kann!

b) Beweise folgende Aussage! Wurde $n = 9$ vereinbart, so gewinnt stets Bernd, gleichgültig, welche Karten beide Spieler legen.

c) Untersuche, ob im Fall, daß $n = 21$ vereinbart wurde, einer der beiden Spieler den Gewinn erzwingen kann, gleichgültig, wie der andere spielt!

34. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340611:

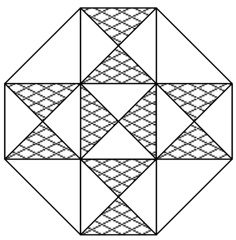
Herr Eilig fuhr auf der Autobahn eine Strecke von 475 Kilometern. Er legte diese Strecke in 3 Stunden und 10 Minuten zurück und verbrauchte dabei 57 Liter Benzin.

a) Wie groß war seine durchschnittliche Geschwindigkeit?

b) Wieviel Benzin hatte er im Durchschnitt für je 100 km verbraucht?

c) Wäre er stattdessen mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 120 km/h gefahren, so hätte er für je 100 km nur 8 Liter verbraucht. Welche Strecke hätte er bei der Durchschnittsgeschwindigkeit 120 km/h mit dem gesparten Benzin noch fahren können?

Aufgabe 340612:



Das Fliesenmuster in der Abbildung wurde aus 14 weißen und 10 gemusterten dreieckigen Fliesen zusammengesetzt. Man kann darin mehrere Quadrate und Dreiecke finden, die jeweils aus mehr als einer Fliese zusammengesetzt sind.

Wie viele solcher Quadrate lassen sich insgesamt finden?

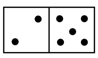
Aufgabe 340613:

Nach einem Wandertag wurden die Kinder gefragt, welche Erfrischungen sie sich gekauft hatten. Es hatte Cola, Hamburger und Popcorn gegeben. Die Befragung ergab das folgende Ergebnis:

Jeder der Teilnehmer hatte wenigstens eine der drei Waren gekauft. Von ihnen genau 22 mindestens Cola, genau 14 mindestens einen Hamburger und genau 13 wenigstens Popcorn. Mindestens Cola und Hamburger kauften genau 10 Teilnehmer, mindestens Cola und Popcorn genau 4 und genau 5 wenigstens Hamburger und Popcorn. Alle drei Waren gleichzeitig wurden nur von 2 Teilnehmern gekauft.

Weise nach, daß durch diese Angaben die Anzahl der Teilnehmer eindeutig bestimmt ist! Berechne diese Anzahl!

Aufgabe 340614:

a) Zu einem Dominospiel mit den Zahlen von 0 bis 6 gehören 28 Steine. Jede Zusammenstellung von zwei der Zahlen kommt auf einem dieser Steine vor. Die Abbildung zeigt als Beispiel den Stein mit den Zahlen 2 und 5:  Nenne alle Steine eines Dominospiels!

b) Aus vier geeignet ausgewählten Steinen eines Dominospiels kann man ein "Fenster" wie in Abb. b) legen, und zwar so, daß auf jeder der vier "Seiten" des Fensters dieselbe Summe auftritt (im Beispiel beträgt diese "Seitensumme" 9).

Nenne je ein Beispiel für ein Fenster mit der Seitensumme 10, eines mit der Seitensumme 11 und eines mit der Seitensumme 12! Eine Begründung wird nicht verlangt.

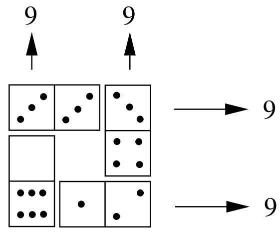


Abb. b)

34. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340621:

Ein Jogger benötigt im Dauerlauf für 100 m jeweils 20 Sekunden.

a) Welche Stecke schafft er, wenn er dieses Tempo 20 Minuten lang unverändert durchhält?

b) Welche Strecke schafft er, wenn sich in den insgesamt gelaufenen 20 Minuten auch Zeiten befinden, in denen er für 100 m jeweils 30 Sekunden benötigt, und zwar auf Teilstrecken, die zusammen 1600 m betragen?

Aufgabe 340622:

Die Gärten von Familie Kniffel und Familie Knobel haben jeweils die Form eines Quadrates und grenzen so aneinander, wie die Abbildung a zeigt.

Die Fläche von Kniffels Garten beträgt 1225 Quadratmeter, die von Knobels Garten 625 Quadratmeter.

a) Welche Breite $\overline{AD}$ bzw. $\overline{EF}$ haben die Gärten?

b) Familie Kniffel gibt Familie Knobel ein Stück ihres Gartens ab. Danach haben beide Gärten gleichgroße Fläche. Wie groß ist diese?

c) Abbildung b zeigt die neue Aufteilung. Um welche Länge $\overline{GH}$ ist Knobels Garten länger geworden?

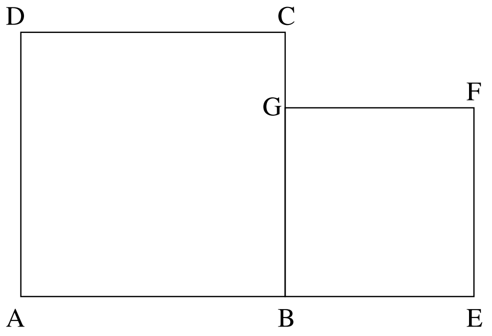


Abbildung a

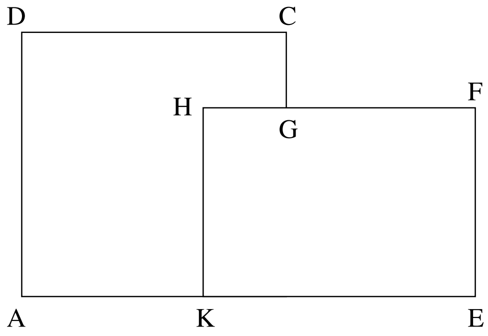


Abbildung b

Aufgabe 340623:

Nach folgenden Regeln läßt sich ein ”Zahlenzug” bilden:

- Im ersten ”Waggon” steht eine natürliche Zahl größer als 1.
- Steht in einem ”Waggon” eine gerade Zahl, so steht im nächsten ”Waggon” die halb so große Zahl.

- Steht in einem "Waggon" eine ungerade Zahl größer als 1, so steht im nächsten "Waggon" die um 1 kleinere Zahl.
- Steht in einem "Waggon" die Zahl 1, so ist der "Zahlenzug" mit diesem "Waggon" beendet.

a) Nenne alle diejenigen "Zahlenzüge", die aus genau 4 "Waggons" bestehen! Begründe auch, daß deine Aufzählung vollständig ist!

b) Welches ist die größtmögliche Zahl, die im ersten "Waggon" eines "Zahlenzuges" vorkommen kann, der aus genau 7 "Waggons" besteht? Nenne einen solchen "Zahlenzug" mit dieser Anfangszahl und zeige, daß eine größere Anfangszahl nicht möglich ist!

c) Welches ist die kleinstmögliche Zahl, die im ersten "Waggon" eines "Zahlenzuges" vorkommen kann, der aus genau 7 "Waggons" besteht? Nenne einen solchen "Zahlenzug" mit dieser Anfangszahl und zeige, daß eine kleinere Anfangszahl nicht möglich ist!

Aufgabe 340624:

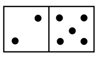


Abb. A 340624 a

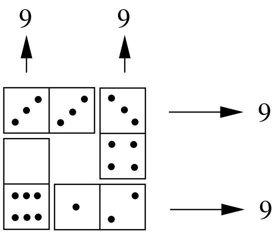


Abb. A 340624 b

Zu einem *Dominospiel mit den Zahlen von 0 bis 6* gehören 28 Steine. Jede Zusammenstellung von zwei der Zahlen kommt auf einem dieser Steine vor. Abb. 340624 a zeigt als Beispiel den Stein mit den Zahlen 2 und 5. (Auch die 0 wird hier als natürliche Zahl bezeichnet.)

Aus vier geeignet ausgewählten Steinen eines Dominospiels kann man ein "Fenster" wie in Abb A 340624 b legen, und zwar so, daß auf jeder der vier "Seiten" des Fensters dieselbe Summe auftritt. Im Beispiel der Abb. A 340624 b beträgt diese "Seitensumme" 9.

a) Nenne je ein Beispiel für ein Fenster mit der Seitensumme 2 und eines mit der Seitensumme 16!

b) Begründe, daß es kein Fenster mit der Seitensumme 18 gibt!

c) Es gibt noch drei weitere natürliche Zahlen kleiner 19 mit der Eigenschaft, daß kein Fenster die betreffende Zahl als Seitensumme hat. Finde diese Zahlen und begründe für sie die Unmöglichkeit, Seitensumme eines Fensters zu sein!

34. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 6
Aufgaben

<u>Hinweis:</u> *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

<u>Aufgabe 340631:</u>

Jedes konvexe Vieleck läßt sich in Dreiecke zerlegen, deren Eckpunkte zugleich Eckpunkte des Vielecks sind. Bei einem Viereck beispielsweise findet man dafür genau 2 Möglichkeiten (siehe Abbildung a).

Skizziere für ein selbstgewähltes

a) konvexes Fünfeck

b) konvexes Sechseck

alle Zerlegungen dieser Art!

Hinweis: Ein Vieleck wird genau dann *konvex* genannt, wenn alle seine Diagonalen ganz der Fläche des Vielecks angehören. Ein Beispiel für ein Vieleck, das nicht konvex ist, zeigt Abbildung b.

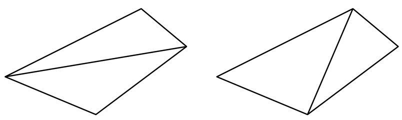


Abbildung a

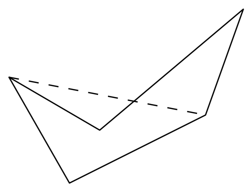


Abbildung b

<u>Aufgabe 340632:</u>

Man kann die Buchstaben eines Wortes in eine andere Reihenfolge bringen. Jede so entstandene Aneinanderreihung von Buchstaben soll ebenfalls ein "Wort" genannt werden, auch wenn sie (in der deutschen Sprache) keinen Sinn ergibt. Wichtig ist nur, daß jeder Buchstabe genau so oft vorkommt wie im ursprünglichen Wort. Zum Beispiel lassen sich aus dem Wort TAL insgesamt folgende Wörter bilden:

ALT, ATL, LAT, LTA, TAL, TLA.

Sie sind hier alphabetisch geordnet (zum Beispiel steht ATL vor LAT, weil der erste Buchstabe A von ATL im Alphabet früher vorkommt als der erste Buchstabe L von LTA; über die Reihenfolge von LAT und LTA mit gleichem ersten Buchstaben entscheidet der zweite Buchstabe u.s.w.).

Wie man sieht, steht bei dieser Anordnung das Wort TAL an der 5. Stelle der Aufzählung.

(a) Gib alle Wörter an, die sich ebenso aus dem Wort $LAND$ bilden lassen (das Wort $LAND$ ist dabei mit aufzuzählen)!

(b) Wenn die Wörter in (a) alphabetisch geordnet werden, an welcher Stelle steht dann das Wort $LAND$?

(c) Wie viele Wörter lassen sich aus dem Wort $UMLAND$ bilden? (Wieder ist $UMLAND$ mitzuzählen.)

(d) An wievielter Stelle steht bei alphabetischer Ordnung der Wörter aus (c) das Wort $UMLAND$?

Aufgabe 340633:

Schon vor 5000 Jahren gab es in Ägypten eine weit entwickelte Kenntnis der Bruchrechnung. Dabei wurden *Stammbrüche* bevorzugt; das sind Brüche, deren Zähler 1 lautet und deren Nenner eine natürliche Zahl ist.

(a) Gib je eine Möglichkeit an, wie man die Brüche $\frac{2}{7}$ und $\frac{3}{13}$ als Summe von mindestens zwei unterschiedlichen Stammbrüchen darstellen kann!

Die Anzahl der Summanden ist nicht vorgeschrieben; eine Begründung wird nicht verlangt.

(b) Stelle den Bruch $\frac{1}{36}$ derart als Summe von mindestens zwei Stammbrüchen dar, daß einer der Summanden so groß wie möglich ist! Erkläre, warum kein größerer Summand möglich ist!

(c) Löse dieselbe Aufgabe für $\frac{1}{n}$ statt $\frac{1}{36}$, wo n eine beliebige natürliche Zahl größer als 1 ist!

Aufgabe 340634:

Vera erzählt ihrer Freundin Ute, sie habe die Kantenlänge eines Quaders gemessen und dabei folgendes bemerkt:

(1) Eine der Kanten ist doppelt so lang wie eine andere der Kanten.

(2) Die Summe der Längen aller zwölf Kanten des Quaders beträgt 320 cm.

(3) Genau zwei der sechs Seitenflächen des Quaders sind Quadrate.

Ute meint, durch diese Angaben sei eindeutig bestimmt, welche Kantenlängen bei diesem Quader auftreten. Untersuche, ob Utes Meinung wahr ist! Wenn sie wahr ist, gib die Kantenlängen an; wenn sie nicht wahr ist, gib alle Möglichkeiten an, die es für die Kantenlängen eines Quaders gibt, auf den Veras Angaben zutreffen!

Hinweis: Bei der Angabe der Kantenlängen eines Quaders brauchst du natürlich nicht zwölf Kantenlängen anzugeben, sondern es genügen die Längen etwa der drei Kanten, die an der Ecke des Quaders zusammentreffen.

Aufgabe 340635:

In das Schema der Abbildung a kann man anstelle der Buchstaben Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 so eintragen, daß die vier "Seitensummen" einander gleich sind:

$$a + b + c = c + d + e = e + f + g = g + h + a.$$

Ein Beispiel, hier mit dem Wert 14 der vier "Seitensummen", zeigt die Abbildung b.

(a) Gib drei solcher Eintragungen an, eine mit dem Wert 2 der vier "Seitensummen", eine mit dem Wert 13 der vier "Seitensummen" und eine mit dem Wert 17 der vier "Seitensummen"!

(b) Auch mit dem Wert 18 der vier "Seitensummen" ist eine solche Eintragung möglich; dagegen nicht, wenn das Schema so mit Steinen des Dominospiels gebildet werden soll, wie die Abbildung c zeigt.

Zeige, daß das stimmt; erkläre den Unterschied!

(Du erinnerst dich vielleicht an eine Aufgabe aus der 2. Runde der Mathematik-Olympiade dieses Schuljahres. Es ist zugelassen - freilich nicht verlangt, - Teile der Lösung jener Aufgabe als bekannten Sachverhalt anzuführen.)

(c) Fritz Schlaumeier schaut das ausgefüllte Schema für die "Seitensumme" 14 an, überlegt eine ganze Weile und meint dann: "Die vier Zahlen für b, d, f und h stehen in einer ganz besonderen Beziehung zueinander. Diese Beziehung gilt auch für jede Ausfüllung mit einer anderen 'Seitensumme'."

Gib eine solche Beziehung an und weise nach, daß Fritz recht hat!

a	b	c
h		d
g	f	e

Abb. a

4	4	6
5		5
5	6	3

Abb. b

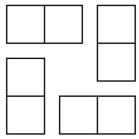


Abb. c

Aufgabe 340636:

Vater, Mutter, Tochter und Sohn in einer Familie stellen fest:

(1) Das Produkt aus Tag- und Monatszahl des Geburtstages beträgt beim Vater 242, bei der Mutter 200 und bei der Tochter 6.

(Beispiel für eine solche Produktbildung: Ein Geburtstag am 30. Juli ergibt $30 \cdot 7 = 210$.)

(2) Die Summe aus Tag- und Monatszahl des Geburtstages ergibt bei jedem der vier Familienmitglieder die - in ganzen Zahlen gerechnete - Altersangabe in Jahren.

(3) Die Summe dieser vier Altersangaben beträgt 80.

(4) Das Produkt dieser vier Altersangaben beträgt 59 400.

(a) Wie alt sind die Familienmitglieder? Wann haben Vater, Mutter und Tochter Geburtstag?

Gewinne die Antworten auf diese Fragen ausgehend von den Feststellungen (1), (2), (3), (4)! Untersuche dabei auch, ob es für einige der erfragten Angaben mehrere Möglichkeiten gibt!

(b) Zeige, daß man die Aufgabe (a) auch noch - mit demselben Ergebnis - lösen kann, wenn man eine der Feststellungen (1), (2), (3), (4) wegläßt!