



32. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Saison 1992/1993

Aufgaben und Lösungen





32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320611:

$$\begin{array}{r} A \cdot A = B \\ \cdot \quad - \quad - \\ \hline C \cdot C = D \\ \hline E - F = G \end{array}$$

Für die Buchstaben sind Grundziffern (0; 1; 2; . . . ; 8; 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Grundziffern und für unterschiedliche Buchstaben unterschiedliche Grundziffern stehen und daß die angegebenen Rechenoperationen richtig gelöst sind.

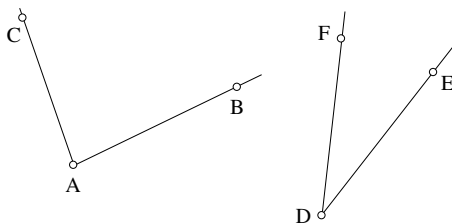
Aufgabe 320612:

Von drei Mädchen aus unterschiedlichen Familien sei folgendes bekannt:

- (1) Sie heißen Sabine, Christiane und Miriam.
- (2) Miriam hätte lieber blondes Haar wie eines der drei Mädchen.
- (3) Jedes der drei Mädchen hat eine andere Haarfarbe.
- (4) Das rothaarige Mädchen hat dieselbe Haarfarbe wie ihr Bruder.
- (5) Christiane hätte lieber solches schwarzes Haar wie die Schwester von Miriam.
- (6) Das schwarzhaarige Mädchen hat keine Geschwister und ist mit seiner Haarfarbe zufrieden.

Welche Haarfarbe hat jedes der drei Mädchen?

Aufgabe 320613:



Gegeben seien zwei Winkel BAC und EDF mit den Maßen $\alpha + \beta$ bzw. $\alpha - \beta$ (s. Abb.). Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal zwei Winkel mit den Maßen α und β .

Beschreibe, wie du die Konstruktion gefunden hast.

Aufgabe 320614:

Ein Radfahrer fährt von Schnellhausen nach Sausedorf, wobei er täglich 36 Kilometer zurücklegt. Gleichzeitig fährt ihm ein anderer Radfahrer, der täglich 34 Kilometer zurücklegt, von Sausedorf aus entgegen. Die Entfernung zwischen Schnellhausen und Sausedorf beträgt 350 km.

In wieviel Tagen treffen sich die beiden Radfahrer? Führe auch eine Probe durch.



32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 320611:

Die einzigen natürlichen Zahlen, deren Quadrate von der ursprünglichen Zahl verschieden und einstellig sind, sind Zwei und Drei, also sind A und C Zwei bzw. Drei.

$A = 2$ und $C = 3$ führt wegen $A - C = F$ zum Widerspruch, also gelten $A = 3$, $C = 2$ und somit $B = 9$, $D = 4$, $E = 6$, $F = 1$ und $G = 5$, was die Probe bestätigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 320612:

Das schwarzhaarige Mädchen kann wegen (5) und (6) nicht Miriam, wegen (5) aber auch nicht Christiane sein, somit ist es Sabine.

Miriam kann wegen (2) nicht blond sein, ist also rothaarig.

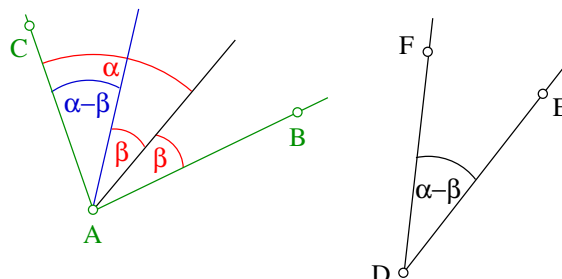
Damit kann das blonde Mädchen nur Christiane heißen.

In der Tat erfüllt diese Zuordnung alle sechs Forderungen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 320613:

Wenn man die Winkelmaße $\alpha + \beta$ und $\alpha - \beta$ addiert bzw. subtrahiert, so erhält man 2α bzw. 2β . Entsprechend kann man durch Antragen des Winkels mit dem Maß $\alpha - \beta$ an den Strahl AB^+ bzw. AC^+ Winkel mit den Maßen 2α bzw. 2β zeichnen. Diese Winkel kann man halbieren und so je einen Winkel mit den Maßen α bzw. β erhalten.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 320614:

Die Entfernung zwischen den beiden Radfahrern betrug anfangs 350 Kilometer. Sie verringerte sich wegen $36 \text{ km} + 34 \text{ km} = 70 \text{ km}$ täglich um 70 Kilometer. Folglich treffen sich die beiden Radfahrer wegen

$$350 \text{ km} : 70 \text{ km} = 5$$

in fünf Tagen.

Zur Probe kann man den von den Radfahrern in fünf Tagen zurückgelegten Weg berechnen:

Wegen $5 \cdot 36 \text{ km} = 180 \text{ km}$ liegt der Treffpunkt der beiden Radfahrer 180 Kilometer von Schnellhausen entfernt, und wegen $5 \cdot 34 \text{ km} = 170 \text{ km}$ beträgt seine Entfernung zu Sausedorf 170 km. Die beiden Wegstrecken ergeben zusammen die Entfernung Schnellhausen-Sausedorf: $180 \text{ km} + 170 \text{ km} = 350 \text{ km}$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission