



31. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Saison 1991/1992

Aufgaben und Lösungen





31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 310511:

- a) In die neun Felder eines 3×3 - Quadrates sollen die Zahlen 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33 so eingetragen werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:
- In jeder Zeile kommt jede der Ziffern 1, 2, 3 sowohl an der Einerstelle als auch an der Zehnerstelle je genau einmal vor. Dasselbe gilt auch in jeder Spalte.
- b) In die Felder eines 4×4 - Quadrates sollen die zweistelligen Zahlen eingetragen werden, die sich unter Verwendung der Ziffern 1, 2, 3, 4 bilden lassen. Dabei sollen für die Ziffern 1, 2, 3, 4 dieselben Bedingungen wie bei a) erfüllt sein.

Gib je eine geforderte Eintragung an!

Stelle bei a) und b) jeweils fest, ob sich zwei Eintragungen finden lassen, die sich nicht durch Vertauschen von Zeilen oder Spalten miteinander, durch Vertauschen von Spalten miteinander oder durch Umwandeln der Zeilen in Spalten (oder durch mehrere solche Vorgänge) ineinander überführen lassen!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310512:

Maik trifft sich mit sechs Mitschülern. Einer davon hat den Vornamen Heino, einer den Vornamen Torsten, und vier heißen mit Vornamen Steffen. Ferner haben vier von diesen sieben Schülern den Familiennamen Lehmann, einer heißt mit Familiennamen Krull und zwei haben den Familiennamen Pfitzner, aber unterschiedliche Vornamen.

- a) Zeige, daß für zwei der sieben Schüler der Vor- und Familienname eindeutig aus diesen Angaben hervorgeht! Gib den Vor- und Familiennamen dieser beiden Schüler an!
- b) Untersuche, ob noch für weitere Schüler Vor- und Familiennamen eindeutig aus den Angaben hervorgeht oder ob für jeden weiteren Schüler mehr als eine Möglichkeit besteht, die obigen Angaben durch Zusammenstellen von Vor- und Familiennamen zu erfüllen!

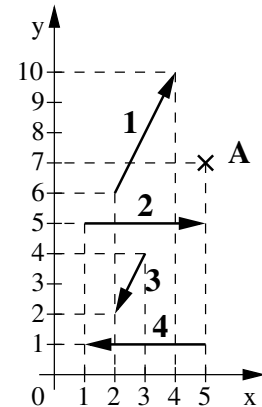


Aufgabe 310513:

Die Abbildung zeigt einen Punkt A und vier Verschiebungspfeile 1, 2, 3, 4. Verschiebt man den Punkt nacheinander mit zwei dieser Verschiebungspfeile, so erhält man einen Punkt A'' .

Stelle fest, welche zwei Verschiebungspfeile Du nehmen mußt, damit A'' möglichst weit von A entfernt ist!

Eine Begründung wird nicht verlangt.



Aufgabe 310514:

Thomas schreibt die Zahl 2 375 246 895 an die Tafel und erklärt, sie sei durch Hintereinanderschreiben von drei Zahlen entstanden. Diese drei Zahlen habe er der Größe nach geordnet aufgeschrieben, beginnend mit der kleinsten. Keine der drei Zahlen enthalte eine Ziffer zweimal.

- a) Sebastain vermutet, die drei Zahlen seien 2, 375 und 246 895; denn sie entsprechen den Angaben von Thomas. Werner entgegnet: "Die Angaben von Thomas können auch durch drei andere Zahlen erfüllt werden." Stimmt das? Begründe Deine Antwort!
- b) Ändere in der von Thomas angeschriebenen Zahl eine Ziffer so, daß es dann nur noch genau eine Möglichkeit gibt, die Angaben durch drei Zahlen zu erfüllen. Nenne (bei der von Dir gewählten Änderung) diese eine Möglichkeit für die drei Zahlen! Ein Begründung wird nicht verlangt.



31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 310511:

Die (bis auf die genannten Vertauschungen einzige) Eintragung zu a) ist:

11	22	33
23	31	12
32	13	21

zwei Eintragungen zu b) sind z.B.

11	22	33	44	11	22	33	44
23	14	41	32	24	13	42	31
34	43	12	21	32	41	14	23
42	31	24	13	43	34	21	12

Bemerkung: Es gibt zu b) außerdem noch genau die Möglichkeiten

11	22	34	43	11	22	34	43	11	23	32	44	11	23	34	42
23	14	42	31	24	13	41	32	24	12	43	31	24	12	41	33
32	41	13	24	33	44	12	21	33	41	14	22	32	44	13	21
44	33	21	12	42	31	23	14	42	34	21	13	43	31	22	14

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310512:

- a) Wenn kein Schüler Steffen Lehmann hieße, so wären die vier Schüler Steffen und die vier Schüler Lehmann acht verschiedene Schüler, was nicht möglich ist. Also heißt mindestens

einer der Schüler Steffen Lehmann.

Wenn von den anderen sechs Schülern ebenfalls keiner Steffen Lehmann hieße, so wären drei Schüler Steffen und drei Schüler Lehmann bereits diese sechs verschiedenen Schüler. Also käme der Familienname Pfitzner nur für Schüler mit dem Vornamen Steffen in Betracht, was ebenfalls den Angaben widerspricht. Somit heißt noch mindestens

ein zweiter Schüler Steffen Lehmann.

- b) Für die übrigen fünf Schüler entspricht es aber z.B. sowohl den Angaben zu den Vornamen

Steffen, Steffen, Maik, Heino, Torsten

die Familiennamen

Lehmann, Lehmann, Pfitzner, Pfitzner, Krull

als auch die Familiennamen

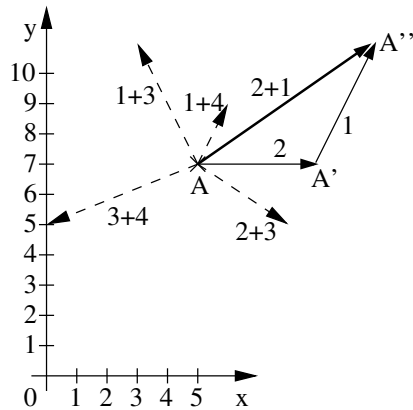


Pfützner, Krull, Lehmann, Lehmann, Pfützner

zusammenzustellen. Daher geht für keinen der übrigen fünf Schüler der Vor- und Familienname eindeutig aus den Angaben hervor.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310513:



Der Punkt A'' ist dann am weitesten von A entfernt, wenn man auf A die Verschiebungspfeile 2 und 1 (bzw. 1 und 2) anwendet. (Vgl. die - im Aufgabentext nicht verlangte - Abbildung).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310514:

- a) Die Angaben können auch durch drei andere Zahlen erfüllt werden. Zur Begründung genügt es, zwei der folgenden Möglichkeiten anzugeben (wobei zu 2, 375, 246895 ein Hinweis genügt):

2, 3, 75246895; 2, 37, 5246895; 2, 375, 246895;
 2, 3752, 46895; 23, 75, 246895; 23, 752, 46895;
 237, 524, 6895.

Bemerkung: Dies sind sogar alle Möglichkeiten.

- b) Ändert man z.B. die Ziffer 4 in 6, wählt also 2375266895 als anzuschreibende Zahl, so gibt es nur die Möglichkeit, daß

237, 526, 6895

die drei Zahlen sind.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission