



21. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1981/1982

Aufgaben und Lösungen





21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210611:

Von einem Rechteck sind folgende Eigenschaften bekannt: Wenn seine beiden Seitenlängen in Metern gemessen werden, so ergeben sich natürliche Zahlen als Maßzahlen. Die Differenz der beiden Seitenlängen beträgt 20 m. Der Umfang des Rechtecks beträgt 60 m.

- a) Welchen Flächeninhalt hat dieses Rechteck?
- b) Welche Längen erhalten seine beiden Seiten im Maßstab 1 : 250? Zeichne das Rechteck in diesem Maßstab!

Aufgabe 210612:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{6} \boxed{4} \boxed{6} : \quad \boxed{} \boxed{9} = \quad \boxed{} \boxed{} \\
 - \\
 \boxed{} \boxed{} \boxed{} - \quad \boxed{} \boxed{6} = \quad \boxed{} \boxed{4} \boxed{} \\
 \hline
 \boxed{} \boxed{8} \boxed{} - \quad \boxed{} \boxed{} \boxed{} = \quad \boxed{} \boxed{} \boxed{0}
 \end{array}$$

In jedes leere Kästchen der Abbildung soll eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so geschrieben werden, daß die drei waagerechten und die drei senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Beschreibung und Begründung der Lösung wird nicht verlangt.

Aufgabe 210613:

Die drei Schülerinnen Bianka, Heike und Kerstin ernteten im Schulgarten Weißkohl, insgesamt 128 Kohlköpfe. Dabei hat Bianka genau 8 Kohlköpfe mehr als Heike geerntet, und Kerstin hat genau 5 Kohlköpfe weniger als Bianka geerntet.

Wieviel Kohlköpfe hat jedes der drei Mädchen insgesamt geerntet?

Aufgabe 210614:

Zwölf Hölzchen, die einzeln in einer Reihe liegen (siehe Abbildung), sollen folgendermaßen in eine Anordnung von sechs "Doppelhölzchen" (d.h. Häufchen von je zwei zusammenliegenden Hölzchen) gebracht werden: Es soll mehrere Male jeweils ein einzeln liegendes Hölzchen entweder nach rechts oder nach links springen und dabei jedesmal (mit Ausnahme des letzten Males) genau drei Hölzchen (entweder drei einzeln liegende oder ein einzeln liegendes und ein Doppelhölzchen) überspringen. Beim letzten Male sollen genau drei Doppelhölzchen übersprungen werden.



Beschreibe eine Serie von Sprüngen die diese Forderungen erfüllt!



21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 210611:

a) 1. *Lösungsweg:* Verringert man die größere Seitenlänge des Rechtecks um 20 m, so verringert sich sein Umfang um 40 m, erreicht also den Wert 20 m. Andererseits entsteht dabei ein Quadrat. Wegen $20 : 4 = 5$ beträgt seine Seitenlänge 5 m; dies ist zugleich die Länge der kleineren Seite des ursprünglichen Rechtecks. Die Länge seiner größeren Seite beträgt somit 25 m. Wegen $5 \cdot 25 = 125$ beträgt sein Flächeninhalt 125 m^2 .

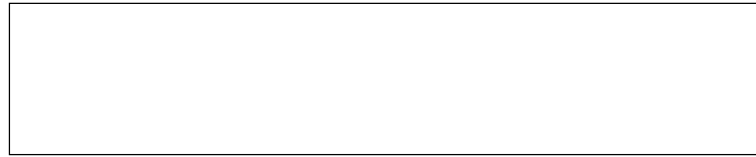
2. *Lösungsweg* (durch "systematisches Probieren", z.B. so): Die Summe aus den Längen der kleineren und der größeren Seite des Rechtecks, also sein halber Umfang, beträgt 30 m. Die folgende Tabelle enthält alle Möglichkeiten, die Summe 30 aus einer kleineren und einer größeren natürlichen Zahl zu erhalten:

Maßzahl der kleineren größeren Seitenlänge		Differenz
0	30	30
1	29	28
...
4	26	22
5	25	20
6	24	18
...
14	16	2

Nur für die Maßzahlen 5 und 25 ergibt sich die Differenz 20 u.s.w.

3. *Lösungsweg:* Wenn die kleinere Seitenlänge x Meter beträgt, so beträgt die größere Seitenlänge $x + 20$ Meter, der Umfang also $4x + 40$ Meter. Daher gilt $4x + 40 = 60$. Hieraus folgt $4x = 20$, also $x = 5$. (Man kann auch so schließen: Für $x < 5$ ist $4x + 40 < 60$, für $x > 5$ ist $4x + 40 > 60$; also verbleibt nur $x = 5$.) u.s.w.

b) Im Maßstab $1 : 250$ wird wegen $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$ und $500 : 250 = 2$ die kleinere Seitenlänge durch die Seitenlänge 2 cm wiedergegeben. Wegen $25 \text{ m} = 2500 \text{ cm}$ und $2500 : 250 = 10$ wird die größere Seitenlänge durch die Länge 10 cm wiedergegeben.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210612:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{6} \boxed{4} \boxed{6} : \boxed{1} \boxed{9} = \boxed{3} \boxed{4} \\
 - \qquad \qquad \cdot \qquad \qquad + \\
 \boxed{1} \boxed{6} \boxed{2} - \boxed{1} \boxed{6} = \boxed{1} \boxed{4} \boxed{6} \\
 \hline
 \boxed{4} \boxed{8} \boxed{4} - \boxed{3} \boxed{0} \boxed{4} = \boxed{1} \boxed{8} \boxed{0}
 \end{array}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210613:

1. *Lösungsweg:* Hätte Heike 8 Kohlköpfe mehr und Kerstin 5 Kohlköpfe mehr geerntet, so wären es wegen $128 + 8 + 5 = 141$ insgesamt 141 Kohlköpfe gewesen. Andererseits hätten dann alle drei Mädchen gleich viele Kohlköpfe geerntet, nämlich jede so viele wie Bianka. Wegen $141 : 3 = 47$ hat also Bianka 47 Kohlköpfe geerntet, wegen $47 - 8 = 39$ hat Heike 39 Kohlköpfe geerntet, wegen $47 - 5 = 42$ hat Kerstin 42 Kohlköpfe geerntet.

2. *Lösungsweg:* Hat Heike x Kohlköpfe geerntet, so hat Bianka $x + 8$ und folglich Kerstin $x + 3$ Kohlköpfe geerntet. Daher gilt

$$\begin{aligned}
 x + x + 8 + x + 3 &= 128 \\
 3x + 11 &= 128 \\
 3x &= 117 \\
 x &= 39,
 \end{aligned}$$

d.h., Heike hat 39 Kohlköpfe geerntet, Bianka folglich 47 Kohlköpfe und Kerstin 42 Kohlköpfe.

Hinweis zur Korrektur: Aus der Aufgabenstellung kann die Existenz der gesuchten drei Anzahlen entnommen werden. Daher ist eine Probe nicht erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210614:

Eine Serie der gesuchten Art ist z.B.:

1 auf 5, 7 auf 11, 9 auf 12, 4 auf 8, 2 auf 6, 3 auf 10.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission