



21. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1981/1982

Aufgaben und Lösungen

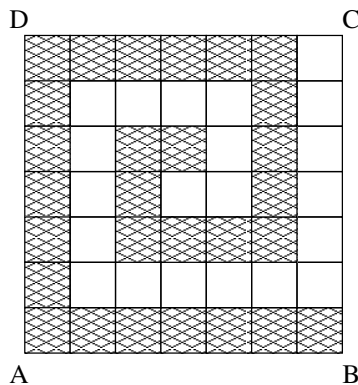




21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210511:



Ein Quadrat $ABCD$ mit 14 cm Seitenlänge ist in 7 mal 7 gleichgroße Teilquadrate zerlegt. Aus einigen dieser Teilquadrate ist ein Streifenzug so zusammengestellt, wie die Abbildung zeigt. Der Streifenzug ist durch Schraffieren hervorgehoben.

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Streifenzuges!

Aufgabe 210512:

Die Pioniergruppen der Klassen $5a$, $5b$ und $5c$ einer Schule fertigten für einen Solidaritätsbasar Buchhüllen an. Dabei fertigte die Klasse $5a$ genau 6 Hüllen mehr als die Klasse $5b$ an, und die Klasse $5c$ schaffte das Doppelte von dem, was die Klasse $5b$ anfertigte. Insgesamt wurden von den Pionieren der drei Klassen 66 Buchhüllen hergestellt.

Wieviel Buchhüllen fertigte jede der drei Pioniergruppen an?

Aufgabe 210513:

$$\begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} - \boxed{} \boxed{} = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \cdot + = \boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \\ \hline \boxed{2} \boxed{5} + \boxed{} \boxed{3} = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array}$$

In jedes leere Kästchen der Abbildung soll eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so geschrieben werden, daß die drei waagerechten und die senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Beschreibung und Begründung der Lösung wird nicht verlangt.

Aufgabe 210514:

Eine Aufgabe aus einer Leningrader Mathematikolympiade:

Ein "Oktoberkind" (das ist ein Jungpionier bis zur 3. Klasse), ein Pionier und ein Komsomolze führen in ein Pionierlager. Ihre Vornamen sind (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge) Kolja, Igor und Sascha. Aus ihren Gesprächen im Zug erfuhren wir:

- (1) Kolja und der Komsomolze sind zwei begeisterte Angler.



(2) Das Oktoberkind wohnt in Leningrad; Sascha auch, aber in einer anderen Straße.

(3) Sascha ist jünger als der Komsomolze.

Welchen Vornamen hat das Oktoberkind, welchen Vornamen hat der Pionier, und welchen Vornamen hat der Komsomolze?



21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 210511:

Wegen $14 : 7 = 2$ hat jedes der Teilquadrate die Seitenlänge 2 cm. Der Umfang des Streifenzuges besteht aus je 3 Seiten seines Anfangs- bzw. Endquadrates sowie je 2 Seiten seiner übrigen 26 Quadrate. Wegen

$$\begin{aligned}2 \cdot 26 &= 52, \\3 + 3 + 52 &= 58\end{aligned}$$

beträgt sein Umfang also das 58fache der Seitenlänge eines Teilquadrates; wegen $58 \cdot 2 = 116$ sind das 116 cm.

Jedes der 28 Quadrate des Streifenzuges hat wegen $2 \cdot 2 = 4$ den Flächeninhalt 4 cm^2 . Folglich beträgt wegen $28 \cdot 4 = 112$ der Flächeninhalt des Streifenzuges 112 cm^2 .

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210512:

1. *Lösungsweg:* Angenommen, die Klasse 5a hätte 6 Hüllen weniger angefertigt. Dann wären insgesamt 60 Buchhüllen hergestellt worden. Außerdem könnte man dann die Menge dieser 60 Buchhüllen so in vier gleichgroße Teilmengen zerlegen, daß die Klassen 5a und 5b je eine dieser Teilmengen angefertigt hätten und die Klasse 5c die Übrigen zwei Teilmengen. Wegen $60 : 4 = 15$ und $2 \cdot 15 = 30$ hat die Klasse 5b daher genau 15 Hüllen und die Klasse 5c genau 30 Hüllen angefertigt, während die Klasse 5a wegen $15 + 6 = 21$ genau 21 Buchhüllen hergestellt hat.

2. *Lösungsweg:* Wenn die Klasse 5b genau x Hüllen angefertigt hat, so hat die Klasse 5a genau $x + 6$ Hüllen und die Klasse 5c genau $2x$ Hüllen angefertigt. Daher gilt

$$\begin{aligned}x + 6 + x + 2x &= 66, \\4x + 6 &= 66.\end{aligned}$$

Hiernach muß $4x = 60$, also $x = 15$ sein. (Man kann auch so schließen: Für $x < 15$ ist $4x + 6 < 66$, für $x > 15$ ist $4x + 6 > 66$; also verbleibt nur die Möglichkeit $x = 15$.) Also hat die Klasse 5b genau 15 Hüllen angefertigt, die Klasse 5a wegen $15 + 6 = 21$ genau 21 Hüllen und die Klasse 5c wegen $2 \cdot 15 = 30$ genau 30 Hüllen.

Hinweis zur Korrektur: Aus der Aufgabenstellung kann die Existenz der gesuchten drei Anzahlen entnommen werden. Daher ist eine Probe nicht erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 210513:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} - \boxed{7} \boxed{4} = \boxed{7} \boxed{2} \boxed{6} \\
 : \qquad \qquad + \qquad \qquad - \\
 \boxed{3} \boxed{2} \cdot \boxed{1} \boxed{9} = \boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \\
 \hline
 \boxed{2} \boxed{5} + \boxed{9} \boxed{3} = \boxed{1} \boxed{1} \boxed{8}
 \end{array}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210514:

Aus (1) folgt: Der Komsomolze heißt nicht Kolja. Aus (3) folgt: Der Komsomolze heißt nicht Sascha. Also hat er den Vornamen Igor.

Daher heißt das Oktoberkind nicht Igor. Aus (2) folgt: Das Oktoberkind heißt nicht Sascha. Somit hat es den Vornamen Kolja.

Damit verbleibt für den Pionier nur der Vorname Sascha.

Andere Lösungsdarstellung: Man erfaßt in einer Tabelle alle denkbaren Zusammenstellungen von Namen und Personen der Aufgabe. Die tatsächlich auftretenden bzw. nicht auftretenden Zuordnungen von Name und Person werden jeweils durch "+" bzw. "-" ausgedrückt (siehe Abbildung). In jeder Zeile und in jeder Spalte der Tabelle muß dann genau ein "+" stehen.

Aus (1), (2), (3) ergeben sich die Eintragungen in Abbildung a. Daraus folgen die Eintragungen in Abbildung b, dann die in Abbildung c und schließlich die in Abbildung d.

	K	I	S
Ok			-
Pn			
Km	-		-

Abbildung a

	K	I	S
Ok			-
Pn			+
Km	-	+	-

Abbildung b

	K	I	S
Ok			-
Pn	-	-	+
Km	-	+	-

Abbildung c

	K	I	S
Ok	+	-	-
Pn	-	-	+
Km	-	+	-

Abbildung d

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission