



20. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1980/1981

Aufgaben und Lösungen

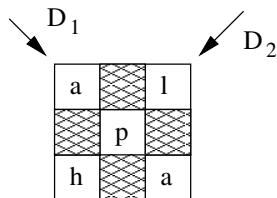




20. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 200511:



Ralph, ein eifriger Leser der mathematischen Schülerzeitschrift alpha stellt in einer Arbeitsgemeinschaft seinen Mitschülern folgende Aufgabe:

In der abgebildeten Figur sind für a , h , l , p natürliche Zahlen so einzutragen, daß sich in jeder der beiden Diagonalen D_1 , D_2 die Summe 135 ergibt. Dabei soll die Zahl p das Dreifache der Zahl a sein, und die Zahl h soll das Fünffache der Zahl l sein.

Ermittle alle derartigen Eintragungen, und erkläre, wie man sie finden kann! Überprüfe dabei auch, ob alle geforderten Bedingungen erfüllt sind!

Aufgabe 200512:

Zum Transport einer bestimmten Menge Schotter hätte ein LKW mit 5 t Ladefähigkeit genau 105 vollbeladene Fuhren durchführen müssen. Nach 35 dieser Fuhren wurde er durch einen anderen LKW mit 7 t Ladefähigkeit abgelöst.

Stelle fest, wieviel vollbeladene Fuhren dieser zweite LKW noch durchzuführen hat, um die restliche Schottermenge abzutransportieren!

Aufgabe 200513:

Annegret, Heidi, Katrin, Lore, Petra und Ruth bewohnen im Pionierlager gemeinsam ein Zelt und beschließen, die Reihenfolge für ihren Ordnungsdienst nach ihrem Alter festzulegen, beginnend mit dem ältesten Mädchen. Alle sechs Mädchen sind im gleichen Jahr geboren, jedes an einem anderen Tag. Katrin ist älter als die fünf anderen Mädchen. Heidi hat einen Monat nach Annegret Geburtstag, sie ist aber älter als Petra. Lore ist jünger als Annegret. Ruth ist älter als Heidi und hat einen Tag später Geburtstag als Lore.

In welcher Reihenfolge müssen die sechs Pioniere ihren Ordnungsdienst versehen, wenn sie ihren Beschluß verwirklichen wollen?

Aufgabe 200514:

Von den sieben Schülern Annette, Beate, Christine, Dieter, Frank, Gerd und Hans hatte jeder in mindestens einem der beiden Fächer Mathematik und Russisch die Note 1. Auf die Frage, wer in genau einem dieser beiden Fächer die Note 1 hat, meldeten sich von diesen Schülern nur Annette, Christine, Frank, Gerd und Hans. In Mathematik hatten von ihnen nur Beate, Christine, Dieter und Frank die Note 1. Ermittle aus diesen Angaben alle diejenigen der sieben Schüler, die

- in Mathematik und in Russisch,
- in Mathematik, aber nicht in Russisch,
- in Russisch, aber nicht in Mathematik die Note 1 hatten!



20. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 200511:

Wenn eine Eintragung von natürlichen Zahlen für a, h, l, p die Bedingungen erfüllt, so folgt $p = 3a$.

In der Diagonalen D_1 steht also die Summe $a + 3a + a = 5a$. Somit ist $5a = 135$, also $a = 135 : 5 = 27$, und, da $p = 3a$ ist, $p = 3 \cdot 27 = 81$.

Ferner folgt $h = 5l$.

Also steht in der Diagonalen D_2 die Summe $l + 81 + 5l = 6l + 81$. Somit ist $6l + 81 = 135$ und daher $6l = 135 - 81 = 54$, mithin $l = 54 : 6 = 9$,

und, da $h = 5l$ ist, $h = 5 \cdot 9 = 45$.

Also kann nur die Eintragung

27		9
	81	
45		27

alle geforderten Bedingungen erfüllen.

Sie erfüllt diese Bedingungen; denn es gilt: $27 + 81 + 27 = 135$, $9 + 81 + 45 = 135$, 81 ist das Dreifache von 27, 45 ist das Fünffache von 9. Also erfüllt genau die angegebene Eintragung die geforderten Bedingungen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200512:

Wegen $105 \cdot 5 = 525$ waren insgesamt 525 t Schotter zu transportieren.

Wegen $35 \cdot 5 = 175$ hatte der erste LKW davon bis zu seiner Ablösung genau 175 t Schotter transportiert. Mithin waren wegen $525 - 175 = 350$ noch genau 350 t Schotter zu transportieren. Wegen $350 : 7 = 50$ konnte diese Menge von dem zweiten LKW mit genau 50 vollbeladenen Fuhren abtransportiert werden.

Zweite Lösungsmöglichkeit: Wegen $105 - 35 = 70$ hätte der erste LKW nach seiner Ablösung noch genau 70 Fuhren durchführen müssen. Das war eine Schottermenge von $70 \cdot 5$ t. Die Anzahl der Fuhren des zweiten LKW ergibt sich, indem man die Anzahl dieser Tonnen durch 7 dividiert. Man erhält $10 \cdot 5 = 50$. Also hat der zweite LKW noch genau 50 Fuhren durchzuführen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200513:

Da Katrin älter als alle fünf anderen Mädchen ist, gilt auch:

Katrin ist älter als Annegret.

Lore ist jünger als Annegret, also, gilt:



Annegret ist älter als Lore.

Ruth hat später als Lore Geburtstag, also gilt:

Lore ist älter als Ruth.

Ferner gilt:

Ruth ist älter als Heidi.

Schließlich gilt:

Heidi ist älter als Petra.

Folglich lautet die gesuchte Reihenfolge:

Katrin, Annegret, Lore, Ruth, Heidi, Petra.

Korrekturhinweis: Da aus dem Aufgabentext die Existenz einer gesuchten Reihenfolge hervorgeht, ist eine Probe, insbesondere eine Bestätigung der im Lösungstext noch nicht erwähnten Bedingungen (Katrin ist älter auch als Lore, ..., Petra; Heidi jünger als Annegret) zu einer vollständigen Lösung nicht erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200514:

- b) Von allen denjenigen unter den sieben Schülern, die in Mathematik die Note 1 hatten, haben sich genau Christine und Frank gemeldet, als gefragt wurde, wer in genau einem der beiden Fächer die Note 1 hat. Also hatten genau diese beiden Schüler in Mathematik, aber nicht in Russisch die Note 1.
- a) Genau die übrigen unter denjenigen Schülern, die in Mathematik die Note 1 hatten, d.s. genau Beate und Dieter, hatten folglich in Mathematik und in Russisch die Note 1.
- c) Genau diejenigen unter den sieben Schülern, die nicht in Mathematik die Note 1 hatten, d.s. genau Annette, Gerd und Hans, hatten in Russisch, aber nicht in Mathematik die Note 1.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission