18. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Saison 1978/1979

Aufgaben und Lösungen

18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180811:

Die FDJler Arnim, Bertram, Christian, Dieter, Ernst und Fritz waren Teilnehmer an einem 400-m-Lauf. Keine zwei von ihnen liefen zur gleichen Zeit durchs Ziel.

Vorher waren folgende drei Voraussagen über das Ergebnis des Wettkampfes gemacht worden (jeder Teilnehmer wird mit dem Anfangsbuchstaben seines Vornamens bezeichnet):

Platz	1.	2.	3.	4.	5.	6.
1. Voraussage	A	B	C	D	E	F
2. Voraussage	A	C	B	F	E	D
3. Voraussage	C	E	F	A	D	B

Nach Abschluß des Laufes zeigte sich, daß in der ersten Voraussage für genau drei Läufer die von ihnen erreichten Plätze richtig angegeben waren. Keine zwei dieser drei Plätze waren zueinander benachbart. Bei der 2. Voraussage war für keinen Läufer der erreichte Platz richtig angegeben. Bei der dritten Voraussage war für einen Platz derjenige Läufer richtig angegeben, der diesen Platz erreichte.

Gib alle Möglichkeiten für die von den Läufern unter diesen Bedingungen erreichten Platzreihenfolgen an!

Aufgabe 180812:

Über das Ergebnis einer Klassenarbeit ist folgendes bekannt:

- Es nahmen daran mehr als 20 und weniger als 40 Schüler teil.
- Das arithmetische Mittel aller Zensuren, die die Schüler in dieser Klassenarbeit erreichten, betrug 2,3125.
- Kein Schüler erhielt bei dieser Arbeit die Note "5".
- Die Anzahl der "Zweien" war eine ungerade Zahl und größer als 12.
- Die Anzahl der "Dreien" war genau so groß wie die der "Zweien".

a) Ermittle die Anzahl der Schüler, die an dieser Klassenarbeit teilnahmen!

b) Wie viele von ihnen erhielten hierbei die Note "1"?

Aufgabe 180813:

Gegeben sei eine dreiseitige Pyramide $ABCS$, deren Grundfläche ABC ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 4 cm bildet und deren Spitze S so gelegen ist, daß das Lot von S auf die Ebene durch A, B, C den Schwerpunkt F der Grundfläche als Fußpunkt besitzt und daß FS die Länge 6 cm hat.

Diese Pyramide ist in einer Zweitafelprojektion darzustellen. Dabei wird gefordert, daß die Seitenfläche ABS in der Grundrißtafel liegt. Zu konstruieren ist die Abbildung nur mit Hilfe von Zirkel und Lineal aus den gegebenen Streckenlängen 4 cm, 6 cm.

Bemerkung: Beschreibung und Begründung der Konstruktion werden nicht verlangt. Man kann z.B. die geforderte Abbildung aus einer anderen Darstellung gewinnen, in der das gleichseitige Dreieck ABC in der Grundrißtafel liegt.

Aufgabe 180814:

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Hypotenuse AB, dessen Innenwinkel $\sphericalangle CAB$ die Größe $60°$ hat.

Fälle von C aus das Lot CD auf AB, danach von D aus die Lote DE und DF auf AC bzw. BC sowie von F das Lot FH auf AB!

Weise nach, daß $\overline{HB} = \overline{HA} + \overline{AE}$ ist!

18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 180811:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 180812:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 180813:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 180814:

Es sei G der Schnittpunkt des Kreises um A mit Radius $\mid AE \mid$ und der Geraden durch A und B außerhalb des Dreiecks ΔABC (siehe Skizze). Dann ist das Dreieck ΔAEG gleichschenklig mit der Basis $\overline{GE}$. Die Basiswinkel haben nach Innenwinkelsatz im Dreieck ΔAEG die Größe von je 30°, da nach Voraussetzung $\sphericalangle CAB = 60°$ gilt. Innenwinkelsatz auf ΔABC angewandt ergibt für $\sphericalangle ABC$ ebenfalls die Größe 30°, so dass die Winkel $\sphericalangle GBF$ und $\sphericalangle FGB$ kongruent sind. FH ist voraussetzungsgemäß das Lot von F auf $\overline{AB}$, also auch das Lot im gleichschenkligen Dreieck ΔGBF auf die Basis $\overline{GB}$. Folglich sind die Dreiecke ΔGHF und ΔHBF kongruent, d. h.

Aufgeschrieben von Heike Winkelvoß – Quelle: (15)

Quellenverzeichnis

(15) "a+b = b+a" - Heft 66, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 8 - Dokumentation I.-XVIII. Olympiade (1961-1979), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1979.