



18. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1978/1979

Aufgaben und Lösungen





18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 180611:

In einem Stadtbezirk Leipzigs wurden 260 große Wohnungen renoviert. Bei einem Zehntel dieser Wohnungen hat jede Wohnung 55 m^2 Wohnfläche; bei einem Viertel der 260 Wohnungen hat jede Wohnung 67 m^2 Wohnfläche; jede andere der 260 Wohnungen hat 80 m^2 Wohnfläche.

Berechne die gesamte Wohnfläche dieser 260 renovierten Wohnungen!

Aufgabe 180612:

Eine Zahl z soll in der Gestalt $z = *3*60$ geschrieben werden, wobei jeder Stern (*) so durch eine der Ziffern 0 bis 9 zu ersetzen ist, daß z die beiden folgenden Eigenschaften hat:

- (1) $60\,000 < z < 100\,000$,
- (2) z ist durch 9 teilbar.

Ermittle alle Zahlen z , die diesen Bedingungen genügen!

Aufgabe 180613:

Fred, Gerd, Hans und Ingo sind Schüler der Klassen 6a, 6b, 7a, 7b, und zwar ist in jeder dieser Klassen einer der vier Schüler. In einem Gespräch, an dem nur Fred und die beiden Schüler der 7. Klasse beteiligt waren, stellt Hans fest, daß drei der vier Schüler nur je eine der Zeitschriften "alpha" und "technikus" lesen, nämlich Fred, Gerd und der Schüler der 6a. Der Schüler der 7b dagegen liest sowohl den "technikus" als auch die Zeitschrift "alpha".

Zu welcher Klasse gehört nach diesen Angaben jeder der vier Schüler, und welcher Schüler liest die beiden Zeitschriften "alpha" und "technikus"?

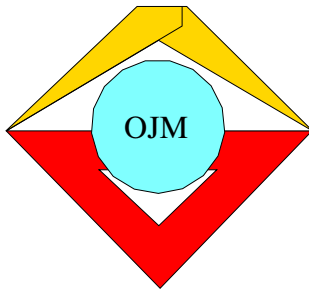
Aufgabe 180614:

Drei Pioniere einer Schule, Klaus, Silvia und Frank, wurden zur Kreisolympiade Junger Mathematiker delegiert und errangen dort einen ersten, einen zweiten bzw. einen dritten Preis. Als später Rainer nach dem Abschneiden seiner Mitschüler gefragt wurde, sagte er:

"Ich glaube, Silvia errang keinen ersten Preis, Klaus bekam keinen zweiten Preis, den erhielt nämlich Frank."

Wie sich anschließend herausstellte, war unter den drei Aussagen Rainers genau eine wahr, die anderen beiden waren dagegen falsch.

Welcher von den drei genannten Pionieren erhielt den ersten, welcher den zweiten und welcher den dritten Preis?



18. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 6 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 180611:

Ein Zehntel der 260 Wohnungen sind 26 Wohnungen; denn es gilt $260 : 10 = 26$.

Ein Viertel der 260 Wohnungen sind 65 Wohnungen; denn es gilt $260 : 4 = 65$.

Die restlichen Wohnungen sind 169 Wohnungen; denn es gilt $260 - 26 - 65 = 169$.

Die Wohnfläche der zuerst genannten 26 Wohnungen beträgt $1\,430\text{ m}^2$; denn es gilt $26 \cdot 55 = 1\,430$.

Die Wohnfläche der danach genannten 65 Wohnungen beträgt $4\,355\text{ m}^2$; denn es gilt $65 \cdot 67 = 4\,355$.

Die Wohnfläche der restlichen 169 Wohnungen beträgt $13\,520\text{ m}^2$; denn es gilt $169 \cdot 80 = 13\,520$.

Die gesamte Wohnfläche der 260 Wohnungen beträgt $19\,305\text{ m}^2$; denn es gilt $1\,430 + 4\,355 + 13\,520 = 19\,305$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180612:

Wenn z den Bedingungen genügt, so ist die Zehntausenderziffer von z wegen (1) eine der Zahlen 6, 7, 8, 9. Weiterhin ist z wegen (2) durch 9 teilbar, und daher ist auch die Quersumme von z durch 9 teilbar.

Da die Summe der Tausender-, Zehner- und Einerziffer 9 ist, muß die Hunderterziffer die obengenannte Zehntausenderziffer 6, 7, 8 bzw. 9 zu einer durch 9 teilbaren Zahl ergänzen. Das ist nur bei den Zahlen

$$63360, 73260, 83160, 93060, 93960$$

der Fall.

Jede der hiermit angegebenen Zahlen erfüllt (1) und, da sie durch 9 teilbar ist, auch (2). Daher sind die angegebenen Zahlen alle gesuchten.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180613:

Fred ist keiner der beiden Schüler der 7. Klasse, mit denen er sich unterhielt. Er ist auch nicht der Schüler der 6a, da dieser in der von Hans gegebenen Aufzählung außer Fred erwähnt wird. Also gehört Fred der 6b an.

Zur Klasse 6a gehören nach dieser Aufzählung weder Fred noch Gerd. Da ferner Hans einer der Schüler der 7. Klasse ist, mit denen Fred sich unterhielt, gehört auch Hans nicht zur 6a. Folglich gehört Ingo der 6a an. Die beiden Schüler der 7. Klasse sind also Gerd und Hans.

Der Schüler der 7b kann nicht Gerd sein, da er beide Zeitschriften liest, Gerd aber nur eine. Also gehört Gerd der 7a und Hans der 7b an. Der Schüler, der beide Zeitschriften liest, ist folglich Hans.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 180614:

Angenommen, die Aussage "Frank erhielt einen zweiten Preis" wäre wahr. Dann müßten die beiden anderen Aussagen falsch sein. Das würde aber bedeuten, daß Klaus ebenfalls einen zweiten Preis erhielt, im Widerspruch zur Aufgabe. Also ist die betrachtete Aussage falsch.

Angenommen, die Aussage "Klaus erhielt keinen zweiten Preis" wäre wahr. Dann müßten die beiden anderen Aussagen falsch sein. Das würde jedoch bedeuten, daß keiner einen zweiten Preis erhielt, im Widerspruch zur Aufgabe. Also ist auch diese Aussage falsch.

Mithin kann nur die Aussage "Silvia erhielt keinen ersten Preis" wahr sein. Da damit die beiden anderen Aussagen falsch sind, erhielt Klaus einen zweiten Preis. Ferner kann nur Frank einen ersten Preis und mithin Silvia einen dritten Preis errungen haben. Nur bei dieser Preisverteilung ist genau eine von Rainers Aussagen wahr, und die anderen beiden sind falsch.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission