17. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1977/1978

Aufgaben und Lösungen

17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170521:

Im Schulgarten steckten Schüler auf einem $8\,\mathrm{m}^2$ großen Beet als Saatgut Erbsen, und zwar ebenso dicht, wie dies auf großen Flächen üblich ist. Der Ernteertrag dieses Beetes betrug das Fünfzehnfache des Saatgutes.

Wieviel kg Erbsen ernteten die Schüler von diesem Beet, wenn für eine 1 ha große Fläche 2 dt Erbsen als Saatgut üblich sind?

Aufgabe 170522:

Auf drei Bäumen sitzen insgesamt 56 Vögel. Nachdem vom ersten Baum 7 auf den zweiten und vom zweiten 5 Vögel auf den dritten Baum geflogen waren, saßen nun auf dem zweiten Baum doppelt so viel Vögel wie auf dem ersten und auf dem dritten doppelt so viel Vögel wie auf dem zweiten Baum.

Berechne, wieviel Vögel ursprünglich auf jedem der Bäume saßen!

Aufgabe 170523:

Eine Fläche von $1710\,\mathrm{m}^2$ ist in 9 Parzellen eingeteilt. Jede der Parzellen hat entweder die Größe $150\,\mathrm{m}^2$ oder die Größe $210\,\mathrm{m}^2$.

Wieviel Parzellen jeder dieser Größe gibt es insgesamt auf der genannten Fläche?

Aufgabe 170524:

Drei vorgegebene Strecken $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ und drei Strecken gesuchter Längen a, b, c sollen die folgenden Eigenschaften haben:

$$\overline{AB} = a + b = 5,6\text{ cm};$$

$$\overline{CD} = a - b = 1,8\text{ cm};$$

$$\overline{EF} = b + c = 6,2\text{ cm}.$$

Zeichne drei derartige Strecken $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, und ermittle aus ihnen durch eine Konstruktion (nur mit Zirkel und Lineal) die gesuchten Längen a, b und c!

Begründe, warum deine Konstruktion die gesuchten Längen a, b, c ergibt, wenn sie die geforderten Eigenschaften haben!

17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 170521:

Es gilt $1\ \text{ha} = 100\ \text{m} \cdot 100\ \text{m} = 10\,000\ \text{m}^2$. Für diese Fläche sind als Saatgut $2\ \text{dt} = 200\ \text{kg}$ Erbsen üblich. Dieses Verhältnis muß nun auf $8\ \text{m}^2$ bezogen werden:

$$\begin{aligned} \frac{x}{8\ \text{m}^2} &= \frac{200\ \text{kg}}{10\,000\ \text{m}^2} \\ x &= \frac{200\ \text{kg} \cdot 8\ \text{m}^2}{10\,000\ \text{m}^2} \\ x &= 0,16\ \text{kg} = 160\ \text{g}. \end{aligned}$$

Die Schüler mußten 160 g als Saatgut verwenden. Demzufolge ernteten sie $0,16\ \text{kg} \cdot 15 = 2,4\ \text{kg}$ Erbsen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 170522:

Es seien a, b, c die Anzahl der Vögel auf den drei Bäumen zu Beginn. Dann gilt:

$$a + b + c = 56. \tag{1}$$

Dann flogen 7 Vögel vom ersten auf den zweiten Baum, auf dem ersten saßen dann $a - 7$ Vögel und auf dem zweiten Baum $b + 7$ Vögel. Dann flogen 5 Vögel vom 2. auf den dritten Baum. Entsprechend befanden sich dann auf dem 2. Baum $b + 7 - 5 = b + 2$ und auf dem dritten Baum $c + 5$ Vögel.

Es saßen nun auf dem 1. Baum halb so viele Vögel wie auf dem 2. Baum, d.h. $2\cdot(a-7) = b+2$ bzw. $2a = b+16$. Auf dem 2. Baum befanden sich halb so viele Vögel wie auf dem dritten Baum, d.h. $2 \cdot (b + 2) = c + 5$ bzw. $c = 2b - 1$.

Setzt man diese beiden Gleichungen in (1) ein, erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{b}{2} + 8 + b + 2b - 1 &= 56 \\ 7b &= 112 - 14 \\ b &= 14 \\ a &= 15 \\ c &= 27. \end{aligned}$$

Am Anfang befanden sich 15 Vögel auf dem ersten, 14 auf dem zweiten und 27 auf dem dritten Baum. Die Probe weist nach, daß alle Aussagen mit dieser Lösung wahre Aussagen sind.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 170523:

Man kann den Sachverhalt auch mit Gleichungen ausdrücken, wobei x die Anzahl der Parzellen zu $150\,\mathrm{m}^2$ und y die Anzahl der Parzellen zu $210\,\mathrm{m}^2$ ist:

$$x + y = 9 \quad (1)$$
$$150x + 210y = 1710 \quad (2)$$

Setzt man diese beiden Gleichungen ineinander ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 150 \cdot (9 - y) + 210y &= 1710 \\ 1350 - 150y + 210y &= 1710 \\ 60y &= 360 \\ y &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Es gibt 3 Parzellen zu $150\,\mathrm{m}^2$ und 6 Parzellen zu $210\,\mathrm{m}^2$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

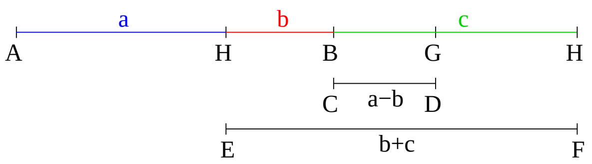
Lösung 170524:

Trägt man auf der Verlängerung von AB über B hinaus eine Strecke BG der Länge $\overline{BG} = \overline{CD}$ ab, so wird $\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{BG} = \overline{AB} + \overline{CD} = (a + b) + (a - b) = 2a$.

Konstruiert man den Mittelpunkt H der Strecke AG, so wird folglich $\overline{AH} = a$.

Hiernach wird ferner $\overline{HB} = \overline{AB} - \overline{AH} = (a + b) - a = b$.

Konstruiert man daher auf der Verlängerung von HB über B hinaus einen Punkt K so, daß $\overline{HK} = \overline{EF}$ gilt, so ergibt sich $\overline{BK} = \overline{HK} - \overline{HB} = \overline{EF} - \overline{HB} = (b + c) - b = c$.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission