17. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1977/1978

Aufgaben und Lösungen

17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170511:

Die Oberschule "Wilhelm Pieck" hat genau 314 Jungen und genau 322 Mädchen als Schüler. Ein Sechstel von ihnen gehört der FDJ an, alle anderen sind Mitglieder der Pionierorganisation "Ernst Thälmann".

Ermittle die Anzahl der FDJler unter diesen Schülern und die Anzahl der Pioniere unter ihnen!

Aufgabe 170512:

Von drei Pionieren, die sich in einem Rätelager treffen, ist folgendes bekannt:

(1) Ihre Vornamen sind Frank, Gerd und Harald.

(2) Ihre Familiennamen lauten Schulze, Müller und Krause.

(3) Frank heißt mit Familiennamen nicht Krause.

(4) Der Vater von Gerd ist Offizier der NVA.

(5) Gerd besucht die 6. Klasse, der Pionier mit dem Familiennamen Krause geht in die 7. Klasse.

(6) Der Vater des Pioniers mit dem Familiennamen Schulze arbeitet als Dreher.

Wie heißen diese drei Pioniere mit Vor- und Zunamen?

Aufgabe 170513:

Fritz möchte eine Subtraktionsaufgabe aufschreiben, bei der die Differenz zweier natürlicher Zahlen zu bilden ist. Als Ergebnis soll eine dreistellige Zahl entstehen, deren drei Ziffern alle einander gleich sind.

Der Minuend soll eine Zahl sein, die auf Null endet. Streicht man diese Null, so soll sich der Subtrahend ergeben.

Gib alle Subtraktionsaufgaben an, für die das zutrifft!

Aufgabe 170514:

Eine Strecke von 240 m ist so in vier Teilstrecken geteilt, daß folgendes gilt:

(1) Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite Teilstrecke.

(2) Die zweite Teilstrecke ist so lang wie die Summe der Längen der dritten und vierten Teilstrecke.

(3) Die dritte Teilstrecke ist ein Fünftel der Gesamtstrecke.

Ermittle die Längen der einzelnen Teilstrecken!

17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 170511:

Addiert man die Anzahl der Jungen und Mädchen, erhält man die Gesamtzahl der Schüler.

$$314 + 322 = 636 \tag{1}$$

Ein Sechstel davon sind Mitglieder in der FDJ, der Rest sind Pioniere.

$$\frac{636}{6} = 106 \tag{2}$$

$$636 - \left(\frac{636}{6}\right) = 530 \tag{3}$$

Es gibt in der Schule also 106 FDJler und 530 Pioniere.

Aufgeschrieben und gelöst von Thomas Kugel

Lösung 170512:

Wegen (3) und (5) ist Haralds Familienname Krause.

Wegen (4) und (6) ist der Familienname von Gerd nicht Schulze - es bleibt für ihn nur der Name Müller.

Somit ist Franks Nachname Schulze.

Die Namen zusammengefaßt:

Frank Schulze
Gerd Müller
Harald Krause

Aufgeschrieben und gelöst von Thomas Kugel

Lösung 170513:

Da sich durch Wegstreichen der Null beim Minuenden m, $m \in \mathbb{N}$, der Subtrahend s, $s \in \mathbb{N}$, ergibt, ist der Minuend das Zehnfache des Subtrahenden. Es ist also $m = 10s$. Die Differenz $m - s$ ist folglich $10s - s = 9s$

Das Ergebnis ist eine dreistellige Zahl, bei der alle Ziffern gleich sind. Diese Ziffer sei n, $n \in \{1, 2, 3, ..., 9\}$. Somit ist das Ergebnis gleich $100n + 10n + n = 111n$.

Also gilt: $9s = 111n \Leftrightarrow s = \frac{37n}{3}$

Der Bruch $\frac{37}{3}$ läßt sich nicht weiter vereinfachen. Damit $\frac{37n}{3}$ eine ganze Zahl ergibt, muß n deswegen ein Vielfaches von 3 sein. Da außerdem die Einschränkung $n \in \{1, 2, 3, ..., 9\}$ gilt, gibt es nur noch drei Möglichkeiten für n:

$$\begin{array}{|lclcl}
n=3 & \Rightarrow & s=37, \quad m=370 & \Rightarrow & 370-37=333 \\
n=6 & \Rightarrow & s=74, \quad m=740 & \Rightarrow & 740-74=666 \\
n=9 & \Rightarrow & s=111, \quad m=1110 & \Rightarrow & 1110-111=999
\end{array}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Annika Heckel

Lösung 170514:

Benennt man die Teilstrecken ihrer Reihenfolge nach mit a, b, c, d, dann ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$a = 2b$ (1)
$b = c + d$ (2)
$5c = 240\text{ m}$ (3)
$a + b + c + d = 240\text{ m}$ (4)

Aus (3) folgt unmittelbar $c = 48\text{ m}$. (5)

Setzt man (1) und (2) in (4) ein, ergibt sich:

$$\begin{aligned}
240\text{ m} &= a + b + (c + d) \\
&= 2b + b + (b) \\
&= 4b
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich $b = 60\text{ m}$ (6)
und in (1) eingesetzt $a = 120\text{ m}$. (7)

Werden nun die Werte von (5), (6) und (7) in (4) eingesetzt, ergibt sich schließlich für d: $d = 240\text{ m} - a - b - c = 240\text{ m} - 120\text{ m} - 60\text{ m} - 48\text{ m} = 12\text{ m}$.

Die Teilstrecken haben Längen von: 120 m, 60 m, 48 m und 12 m.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel