



15. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1975/1976

Aufgaben und Lösungen





15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 150621:

Ein sowjetischer Hubschrauber vom Typ Mi-10 kann eine Nutzlast von 15 000 kp befördern. Bei einem Transport von Sperrgut mit drei Hubschraubern dieses Typs wurde der erste Hubschrauber zu $\frac{1}{3}$, der zweite zu $\frac{7}{8}$ und der dritte zu $\frac{3}{5}$ seiner Tragfähigkeit ausgelastet.

Ermittle das Gesamtgewicht des in diesem Transport von den drei Hubschraubern beförderten Sperrgutes!

Aufgabe 150622:

Das Wohnschiff "Kuhle Wampe", das im Berliner Stadtbezirk Köpenick ständig vor Anker liegt, beherbergt FDGB-Urlaubsgäste. Aus einem Prospekt ist ersichtlich, daß es insgesamt für 41 Urlauber Plätze bietet und daß diese Plätze sich in Zweibett- und Dreibettkabinen aufteilen.

Ermittle alle Möglichkeiten für die Aufteilung der Plätze, die sich mit diesen Angaben vereinbaren lassen.

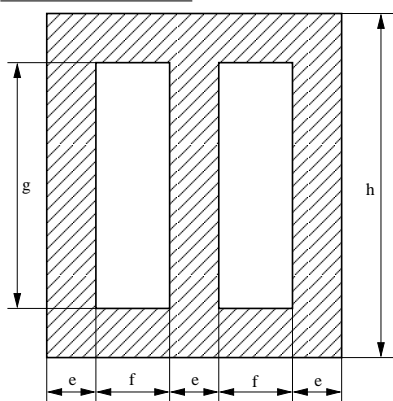
Aufgabe 150623:

Zeichne einen Kreis k mit dem Mittelpunkt M und einem Durchmesser von 6,4 cm! Trage in diesen Kreis zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser ein und bezeichne ihre auf k liegenden vier Endpunkte der Reihe nach entgegen dem Uhrzeigersinn mit A, B, C, D ! Die Gerade durch B und C sei g , die Gerade durch C und D sei h .

Spiegele den Kreis k an g und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises M_1 !
Spiegele den Kreis k an h und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises M_2 !

Als Lösung gilt die ausgeführte Konstruktion ohne Beschreibung.

Aufgabe 150624:



Berechne den Inhalt A der schraffierten Fläche der in der Abbildung dargestellten Figur (die Maße sind der Abbildung zu entnehmen)

- a) für $e = 10$ mm, $f = 15$ mm, $g = 50$ mm, $h = 70$ mm,
- b) allgemein, indem du eine Formel für A herleitest, in der nur die Variablen e, f, g, h auftreten!



15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 150621:

Der erste Hubschrauber beförderte $\frac{1}{3}$ von 15 000 kp, das sind 5 000 kp. Der zweite beförderte $\frac{7}{8}$ von 15 000 kp, wegen $\frac{7}{8} \cdot 15\,000 = 13\,125$ sind das 13 125 kp; der dritte beförderte $\frac{3}{5}$ von 15 000 kp, wegen $\frac{3}{5} \cdot 15\,000 = 9\,000$ also 9 000 kp.

Das beförderte Sperrgut hatte somit wegen $5\,000 + 13\,125 + 9\,000 = 27\,125$ ein Gesamtgewicht von 27 125 kp.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 150622:

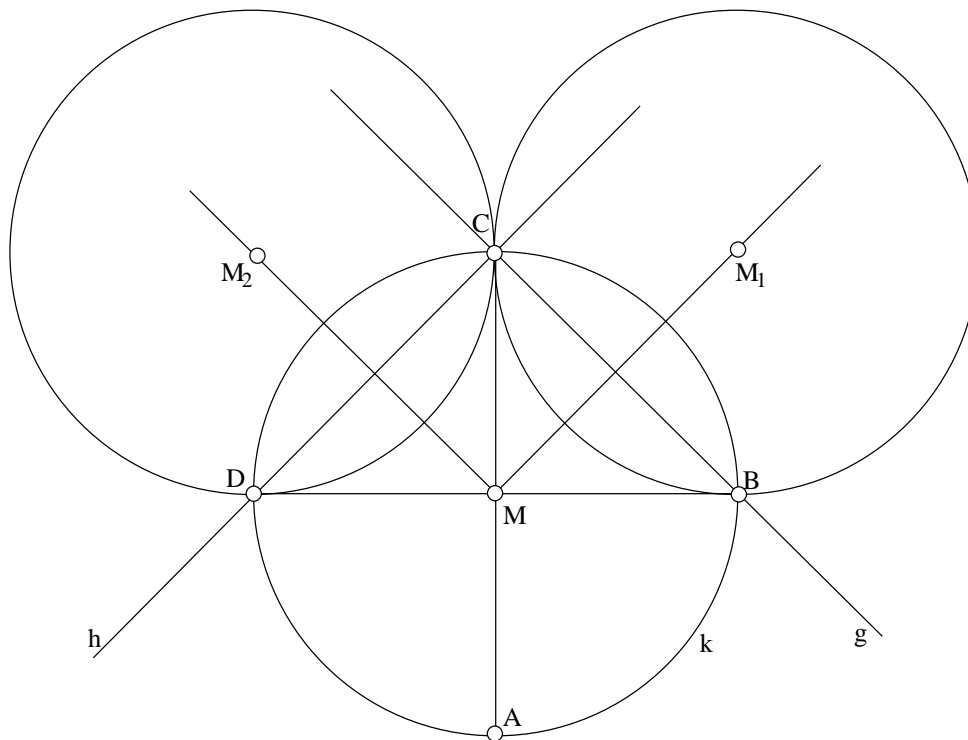
Die Anzahl der Dreibett-Kabinen muß mindestens 1 und kann wegen $3 \cdot 14 = 42 > 41$ höchstens 13 betragen. Außerdem muß ihre Anzahl ungerade sein, da sonst (bei gerader Anzahl von Drei-Bett-Kabinen) eine gerade Zahl von Plätzen dadurch belegt waren und als Differenz zur ungeraden Zahl 41 mithin eine ungerade Zahl von Betten auftreten würde, die sich nicht ausschließlich auf Zweibett-Kabinen verteilen läßt. Für jede der ungeraden Zahlen von Dreibett-Kabinen von 1 bis 13 gibt es nun jeweils genau eine (zugehörige) Anzahl von Zweibett-Kabinen, wie nachstehende Tabelle ausweist:

Anzahl der Dreibett-K.	Anzahl der damit vorh. Betten	Anzahl der darüber hinaus vorh. Betten	Anzahl der Zweibett-K.	Gesamt-Plätze
1	3	38	19	41
3	9	32	16	41
5	15	26	13	41
7	21	20	10	41
9	27	14	7	41
11	33	8	4	41
13	39	2	1	41

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 150623:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 150624:

- a) Die schraffierte Fläche kann man sich dadurch entstanden denken, daß aus einem Rechteck R zwei Rechtecke S und T herausgeschnitten wurden, wobei wegen $10 + 15 + 10 + 15 + 10 = 60$ das Rechteck R die Seitenlängen 60 mm und 70 mm hat und jedes der Rechtecke S, T die Seitenlängen 15 mm und 50 mm. Daher ergeben sich für R, S, T wegen $60 \cdot 70 = 4200$ bzw. $15 \cdot 50 = 750$ die Flächeninhalte 4200 mm^2 bzw. 750 mm^2 bzw. 750 mm^2 .

Somit hat wegen $4200 - 750 - 750 = 2700$ die schraffierte Fläche den Flächeninhalt $A = 2700 \text{ mm}^2$.

- b) Die Seitenlängen von R sind $(3e + 2f)$ und h , die Seitenlängen von jedem der Rechtecke S, T sind f und g . Daher hat R den Flächeninhalt $(3e + 2f)h$, und jedes der Rechtecke S, T hat den Flächeninhalt $f \cdot g$. Also ist $A = (3e + 2f)h - 2fg$.

Hinweis:

1. Eine weitere Umformung, etwa $A = 3eh + 2fh - 2fg = 3eh + 2f(h - g)$, ist nicht zu einer vollständigen Lösung erforderlich.
2. Man kann auch erst Aufgabe b) lösen und dann Aufgabe a) durch Einsetzen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission