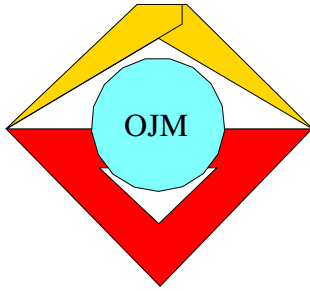




15. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1975/1976

Aufgaben und Lösungen





15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 150521:

Die Werkstätten des Flachglaskombinates Torgau beschlossen, im Jahre 1975 als Beitrag zum Wohnungsbauprogramm 135 000 m² Flachglas über den Plan hinaus zu produzieren. Diese Glasmenge reicht für 4 500 Neubauwohnungen eines bestimmten Typs aus.

Ermittle den Bedarf an Flachglas (in Quadratmetern), der nach diesen Angaben für 1 000 Neubauwohnungen dieses Typs zugrunde gelegt wurde.

Aufgabe 150522:

Bei den folgenden fünf Gleichungen sind für die Buchstaben x, y, z, u, v natürliche Zahlen so einzusetzen, daß wahre Aussagen entstehen. Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Zahlen.

- (1) $x = y : 40$,
- (2) $z = 4 \cdot u$,
- (3) $u = 280 : 7$,
- (4) $160 = v + 40$,
- (5) $y = z + v$.

Aufgabe 150523:

Als eine Pioniergruppe über ihre in den letzten Jahren durchgeführten Ferienreisen berichtete, stellte sich folgendes heraus:

- (1) Genau 13 Mitglieder dieser Gruppe waren schon einmal an der Ostsee.
- (2) Genau 15 Pioniere waren schon einmal im Harz.
- (3) Genau 6 Pioniere waren schon einmal sowohl an der Ostsee als auch im Harz.
- (4) Genau 4 Pioniere waren bisher weder an der Ostsee noch im Harz.

Ermittle die Anzahl aller Pioniere, die dieser Gruppe angehören!

Aufgabe 150524:

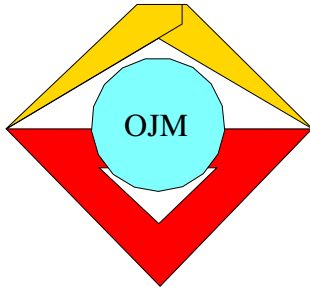
Gegeben sei eine Gerade g und auf ihr ein Punkt A .

Konstruiere auf dieser Geraden g vier weitere Punkte B, C, D, E , die in dieser Reihenfolge auf derselben von A ausgehenden Halbgeraden liegen und für die folgendes zutrifft:



- (1) Die Strecke AB ist 2,5 cm lang.
- (2) Die Strecke BC ist um 0,3 dm länger als die Strecke AB .
- (3) Die Strecke CE ist genauso lang wie die Summe der Strecken AB und BC .
- (4) Die Strecke DE ist um 50 mm kürzer als die Strecke CE .

Beschreibe die Konstruktion, und ermittle die Länge der Strecke AD (in cm)!



15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 150521:

Gesucht ist die Lösung x der folgenden Verhältnisgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{x}{135\,000\text{ m}^2} &= \frac{1\,000}{4\,500} \\ x &= \frac{135\,000\text{ m}^2}{4,5} \\ x &= 30\,000\text{ m}^2\end{aligned}$$

Es werden für 1 000 Neubauwohnungen also 30 000 m² Flachglas benötigt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150522:

Aus (3) folgt $u = 40$. Mit (2) ergibt sich dann $z = 160$. Die Aussage (4) ist ebenfalls von anderen Variablen unabhängig und wird von $v = 120$ gelöst. Damit kann nun y in (5) ermittelt werden: $y = 280$. Schließlich ergibt sich mit (1) $x = 7$.

Setzt man alle erhaltenen Werte in die Aussagen ein, ergeben sich jeweils wahre Aussagen. Damit lautet die Lösungsmenge:

$$(x, y, z, u, v) = (7, 280, 160, 40, 120)$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150523:

Faßt man die Aussagen (1), (2) und (3) zusammen, entsteht:

- (5) Genau $13 - 6 = 7$ Schüler waren an der Ostsee aber noch nicht im Harz.
- (6) Genau $15 - 6 = 9$ Pioniere waren im Harz aber noch nicht an der Ostsee.

Bezogen auf die genannten Zahlen in den Aussagen (3), (4), (5) und (6) gibt es nun keine Überschneidungen mehr, d.h. jeder Schüler findet sich in genau einer Aussage wieder. Das bedeutet, daß die Summe dieser Zahlen die Gruppengröße ergibt:

$$6 + 4 + 7 + 9 = 26$$

Die Gruppe besteht aus genau 26 Pionieren.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



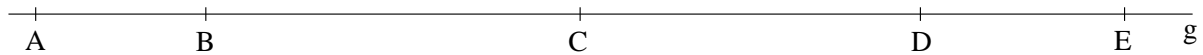
Lösung 150524:

Die Aussagen lassen sich wie folgt umformen:

- (1) $AB = 2,5 \text{ cm}$
- (2) $BC = AB + 0,3 \text{ dm} = 2,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5,5 \text{ cm}$
- (3) $CE = AB + BC = 2,5 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.
- (4) $DE = CE - 50 \text{ mm} = 8 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$.

Wenn man nun noch einbezieht, daß $CD + DE = CE$ gelten muß, erhält man $CD = 5 \text{ cm}$. Damit sind alle Punkte der Reihe nach konstruierbar: ausgehend von A im Abstand von $2,5 \text{ cm}$ ist B , dann folgt weitere $5,5 \text{ cm}$ weiter der Punkt C , weitere $2,5 \text{ cm}$ der Punkt D und schließlich nach weiteren 3 cm der Punkt E .

Es gilt: $AD = AB + BC + CD = 2,5 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$.



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel