14. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1974/1975

Aufgaben und Lösungen

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 140511:

Ermittle die natürlichen Zahlen a, b, c, d, e, von denen folgendes bekannt ist:

(1) a ist die Hälfte von b.

(2) b ist die Summe von c und d.

(3) c ist die Differenz von d und e.

(4) d ist das Dreifache von e.

(5) e ist der vierte Teil von 56.

Aufgabe 140512:

Ein Quader von der Länge $a = 1,50$ m, der Breite b und der Höhe c hat eine Grundfläche von $12\,600\ \text{cm}^2$ und ein Volumen von $1\,323\ \text{dm}^3$.

Ermittle b und c (in Zentimetern)!

Aufgabe 140513:

Die Schüler Lutz, Dora, Erich, Nina, Bernd und Manja beteiligten sich an der Kreisolympiade Junger Mathematiker. Dabei erzielte Bernd mehr Punkte als Erich, Lutz bekam zwar mehr Punkte als Dora, aber weniger als Erich. Nina erhielt eine kleinere Punktzahl als Dora. Manjas Punktzahl war größer als die Punktzahl Bernds.

Ermittle die Reihenfolge der Punktzahlen der genannten Schüler; schreibe sie mit der größten beginnend auf!

Aufgabe 140514:

Einige Schüler einer Klasse 5 trugen ein Schachturnier aus. Jeder Teilnehmer spielte gegen jeden anderen genau 2 Partien. Insgesamt wurden an 24 Tagen je 3 Partien ausgetragen.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an diesem Turnier!

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 140511:

Die Bedingungen (1) bis (5) lassen sich in Gleichungen aufschreiben:

$$2a = b \tag{1}$$
$$b = c + d \tag{2}$$
$$c = d - e \tag{3}$$
$$d = 3e \tag{4}$$
$$e = \frac{56}{4} \tag{5}$$

Aus (5) folgt: $e = 14$ und damit in (4) unmittelbar $d = 42$. Daraus ergibt sich mit (3): $c = 28$ und in (2) $b = 70$. Schließlich kann man nun mit (1) a ausrechnen: $a = 35$.

Die Lösungsmenge heißt dann: $L = \{35, 70, 28, 42, 14\}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140512:

Die Grundfläche errechnet sich aus $A_G = a \cdot b$, wobei A_G und a gegeben sind. Es gilt dann:

$$b = \frac{A_G}{a} = \frac{12\,600\text{ cm}^2}{1,50\text{ m}} = \frac{12\,600\text{ cm}^2}{150\text{ cm}} = 84\text{ cm}$$

Das Volumen ergibt sich zu: $V = A_G \cdot c$, wodurch sich c errechnen läßt:

$$c = \frac{V}{A_G} = \frac{1\,323\text{ dm}^3}{12\,600\text{ cm}^2} = \frac{1\,323\,000\text{ cm}^3}{12\,600\text{ cm}^2} = 105\text{ cm}$$

Probe:

$$A_G = a \cdot b = 1,50\text{ m} \cdot 84\text{ cm} = 150\text{ cm} \cdot 84\text{ cm} = 12\,600\text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 150\text{ cm} \cdot 84\text{ cm} \cdot 105\text{ cm} = 1\,323\,000\text{ cm}^3 = 1\,323\text{ dm}^3$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140513:
Die Punktzahlen der Schüler werden durch den 1. Buchstaben des jeweiligen Vornamens angegeben.

Die Aussagen kann man dann wie folgt zusammenfassen:

$$b > e \tag{1}$$
$$e > l > d \tag{2}$$
$$d > n \tag{3}$$
$$m > b \tag{4}$$

Aus (1) und (4) ergibt sich: $m > b > e$ sowie aus (2) und (3): $e > l > d > n$. Faßt man diese beiden Gleichungen zusammen, erhält man schließlich die gesuchte Reihenfolge: $m > b > e > l > d > n$. Das heißt, die Reihenfolge war: Manja, Bernd, Erich, Lutz, Dora, Nina.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140514:
Es gab insgesamt $24 \cdot 3 = 72$ Partien.

Wenn Jeder gegen Jeden 2 Partien spielt, gibt es $n \cdot (n-1)$ Partien bei n Teilnehmern.

Damit kommt man zu der Gleichung $n \cdot (n-1) = 72$, die im Bereich der natürlichen Zahlen (da es ja nur eine natürliche Zahl von Teilnehmern geben kann) nur durch $n = 9$ erfüllt wird. Auf diese Lösung kommt man entweder durch systematisches Probieren oder die Lösungsformel für quadratische Gleichungen:

$$n^2 - n - 72 = 0 \Leftrightarrow n_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 72} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{1 \pm 17}{2}$$
$$n_1 = 9, \quad n_2 = -8$$

Die Probe bestätigt die gefundene Lösung.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel