13. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1973/1974

Aufgaben und Lösungen

13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130611:

Eine Strecke von 7 m Länge soll so in vier Teile geteilt werden, daß die zweite Teilstrecke 40 cm länger als die erste, die dritte 40 cm länger als die zweite und die vierte 40 cm länger als die dritte ist.

Untersuche, ob eine solche Einteilung möglich ist, und gib, wenn dies der Fall ist, die Längen jeder der vier Teilstrecken an!

Aufgabe 130612:

Für die "Galerie der Freundschaft" ist ein rechteckiges Bild mit den Seitenlängen 18 cm und 12 cm durch einen rechteckigen Rahmen von 3 cm Breite aus Zeichenkarton eingerahmt worden.

Ermittle den Flächeinhalt dieses Rahmens!

Aufgabe 130613:

2				
	8			
	11	16		

In die leeren Felder des abgebildeten Quadrats sind Zahlen so einzutragen, daß die eingetragenen Zahlen, von links nach rechts gelesen und auch von oben nach unten gelesen, immer größer werden und daß dabei für jede Zeile und für jede Spalte folgendes gilt: Alle Differenzen, die man in dieser Zeile bzw. in dieser Spalte zwischen zwei unmittelbar neben- bzw. untereinanderstehenden Zahlen bilden kann, haben einen für diese Zeile bzw. Spalte einheitlichen Wert.

Dabei heiße "Differenz": "rechte Zahl minus linke Zahl" bzw. "untere Zahl minus obere Zahl".

Gib ferner für jede Zeile und für jede Spalte die für sie charakteristische Differenz an!

Aufgabe 130614:

Jörg und Claudia streiten sich darüber, ob es unter den natürlichen Zahlen von 0 bis 1000 mehr solche gibt, bei deren dekadischer Darstellung (mindestens) eine 5 vorkommt, als solche, bei denen das nicht der Fall ist. Stelle fest, wie die richtige Antwort auf diese Frage lautet!

13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 130611:

Die Längen der vier Teilstücke sind ausgehend von der Länge des ersten Teilstücks: 1. x, 2. $(x + 40\,\text{cm})$, 3. $(x + 80\,\text{cm})$ und 4. $(x + 120\,\text{cm})$. Die Summe der vier Stücke soll $7\,\text{m} = 700\,\text{cm}$ betragen. Also

$$\begin{aligned} x + (x + 40) + (x + 80) + (x + 120) &= 700 \\ 4x + 240 &= 700 \\ 4x &= 460 \\ x &= 115 \end{aligned}$$

Das erste Teilstück ist 115 cm lang. Das zweite damit 155 cm, das dritte 195 cm und das vierte 235 cm.

Die Summe der vier Teilstücke ist $115 + 155 + 195 + 235 = 700$.

Aufgeschrieben und gelöst von Thomas Kugel

Lösung 130612:

Der Flächeninhalt des Bildes beträgt (wegen $12 \cdot 18 = 216$) $216\,\text{cm}^2$. Der Flächeninhalt von Rahmen plus Bild beträgt $432\,\text{cm}^2$ wegen

$$(12 + 2 \cdot 3) \cdot (18 + 2 \cdot 3) = 18 \cdot 24 = 432.$$

Damit ist die Rahmenfläche die Differenz dieser beiden Flächeninhalte: $432\,\text{cm}^2 - 216\,\text{cm}^2 = 216\,\text{cm}^2$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 130613:

2	5	8	11	14	3
4	8	12	16	20	4
6	11	16	21	26	5
8	14	20	26	32	6
10	17	24	31	38	7
2	3	4	5	6	Differenz

Die dritte Zeile und 2. Spalte ergeben sich automatisch anhand der vorgegebenen Zahlen. Damit ergibt sich die 1. Zeile. Wenn man die doppelte Differenz betrachtet, kann man die 1. Spalte ausfüllen. Alle weiteren Zeilen ergeben sich daraufhin, was gleichbedeutend mit allen Spalten ist.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 130614:

Es gibt die folgende Anzahl von Zahlen zwischen 0 und 1000, die mindestens eine Ziffer 5 enthalten:

zwischen 0 und 49 gibt es 5 solche Zahlen,
zwischen 50 und 59 gibt es 10 solche Zahlen,
zwischen 60 und 100 gibt es 4 solche Zahlen.

Zwischen 0 und 99 gibt es also 19 solche Zahlen. Analog können die Bereiche 100 bis 199, 200 bis 299 u.s.w. betrachtet werden (außer dem Bereich 500 bis 599), es ergeben sich insgesamt $9 \cdot 19 = 171$ solche Zahlen. Dazu kommen noch die 100 Zahlen von 500 bis 599 hinzu.

Man kann also zusammenfassend feststellen, daß es 271 Zahlen zwischen 0 und 1 000 gibt, die mindestens eine Ziffer 5 enthalten. Demgegenüber stehen $1001 - 271 = 730$ Zahlen ohne Ziffer 5. Es gibt also weniger solche Zahlen mit 5 als Zahlen in diesem Bereich ohne Ziffer 5.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (16)

Quellenverzeichnis

(16) Buch: Aufgaben mit Lösungen aus Olympiaden Junger Mathematiker der DDR in den Klassen 5 bis 8 von Bernd Noack und Herbert Titze, 1983, Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin