



12. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1972/1973

Aufgaben und Lösungen





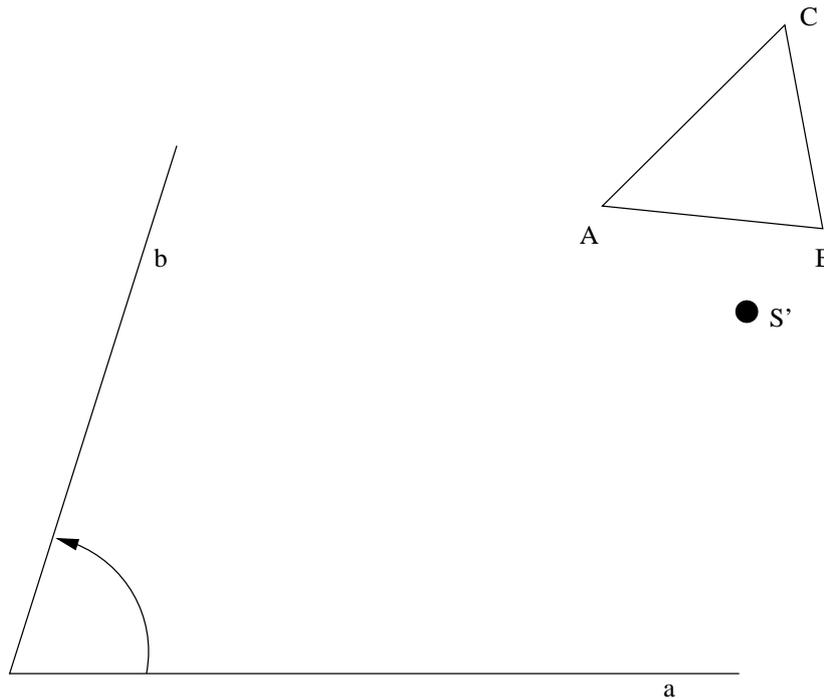
12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 120621:

Das abgebildete Dreieck $\triangle ABC$ ist um den Drehpunkt S um den Drehwinkel $\sphericalangle(a, b)$ im angegebenen Drehsinn zu drehen.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dadurch entstehende Dreieck $\triangle A'B'C'$! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 120622:

An 11 Werk­tätige eines volkseigenen Betriebes wurden für insgesamt 2 650 M Prämien in Höhe von 150 M, 250 M, 350 M, 400 M und 500 M vergeben, wobei jede Prämienstufe mindestens einmal vorkam.

Ermittle die Anzahl aller Werk­tätigen, die mit je 150 M ausgezeichnet wurden!

Aufgabe 120623:

Nach einer Solidaritätssammlung für Vietnam verglichen die Thälmann-Pioniere Rita, Werner, Margot, Beate und Jan ihre Sammelergebnisse. Dabei stellten sie fest:



- (1) Beate hatte mehr als Jan, jedoch weniger als Werner gesammelt.
- (2) Rita sammelte 13 M, das war weniger, als Jan gesammelt hatte.
- (3) Beates Sammelergebnis war um 4 M höher als das Ergebnis Ritas.
- (4) Margot sammelte zwar 2 M weniger als Werner, aber 1 M mehr als Jan.
- (5) Zwei Pioniere erzielten das gleiche Sammelergebnis.

Stelle fest, welches Sammelergebnis jeder der fünf Pioniere erzielt hatte.

Aufgabe 120624:

Manfred berichtete im Zirkel Junger Mathematiker von einem Besuch des Rostocker Überseehafens:

”Ich habe dort insgesamt 21 Schiffe aus fünf verschiedenen Ländern gesehen. Die Anzahl der Schiffe aus der DDR war halb so groß wie die aller im Hafen liegenden ausländischen Schiffe. Diese kamen aus der Sowjetunion, der Bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland sowie aus Indien. Dabei war die Anzahl der sowjetischen Schiffe um zwei größer als die der bulgarischen, diese wieder um eins größer als die der finnischen, diese schließlich um zwei größer als die der indischen Schiffe.”

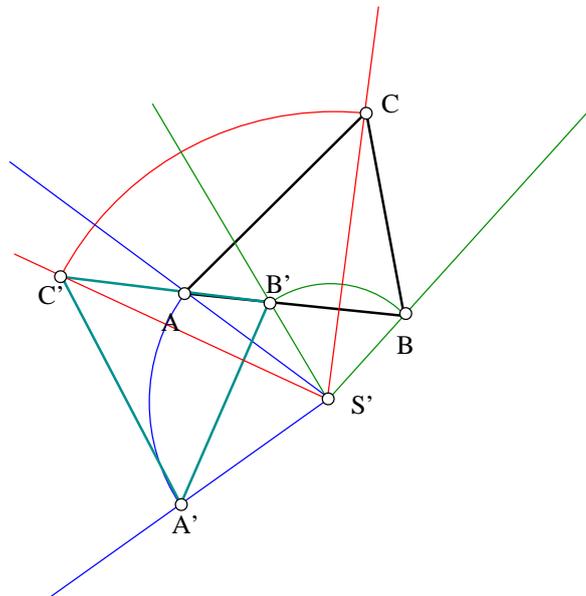
Ermittle die Anzahl der Schiffe aus der DDR, aus der Sowjetunion, der Bulgarischen Volksrepublik, aus Finnland und aus Indien, die Manfred in Rostock gesehen hat!



12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 120621:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 120622:

Da jede Prämienstufe mindestens einmal vertreten war, gibt es mindestens 1 Werk tätigen, der 150 M, einen, der 250 M, einen, der 350 M, einen, der 400 M und einen, der 500 M erhalten hatte. An diese fünf Werk tätigen wurden daher insgesamt 1 650 M ausgezahlt.

Für die restlichen 6 Werk tätigen stehen mithin noch genau 1 000 M zur Verfügung. Hätte jeder dieser Werk tätigen genau 150 M erhalten, dann wären das zusammen 900 M. Also muß mindestens einer der 6 Werk tätigen mehr als 150 M Prämie bekommen haben.

Laut Aufgabe hat er dann aber mindestens 250 M Prämie bekommen. Für die restlichen 5 Werk tätigen verbleiben nun höchstens 750 M, es konnte also kein weiterer der fünf Werk tätigen mehr als 150 M Prämie erhalten haben. Folglich beträgt die gesuchte Anzahl 6.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



Lösung 120623:

Die von den Pionieren erzielten Sammelergebnisse seien mit r , w , m , b , j (in Mark) bezeichnet. Dann gilt laut Aufgabe:

$$(1) \quad w > b > j$$

$$(2) \quad j > r; \quad r = 13$$

$$(3) \quad b = r + 4$$

$$(4) \quad w = m + 2 \quad m = j + 1$$

Aus (2) und (3) folgt $b = 17$. Aus (1) und (2) folgt $w > b > j > r$, aus (4) $w > m > j$ und daraus sowie aus (5) $m = b$, also $m = 17$.

Daher sammelten: Werner 19 M, Beate und Margot je 17 M, Jan 16 M und Rita 13 M.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 120624:

Die Anzahl der in der DDR beheimateten Schiffe beträgt laut Aufgabe $\frac{1}{3}$ der Gesamtzahl, also stammten 7 Schiffe aus der DDR. Die restlichen 14 Schiffe stammten aus den anderen vier Ländern.

Nun hat Manfred laut Aufgabe mindestens 1 indisches Schiff sowie infolgedessen mindestens 3 finnische, 4 bulgarische und 6 sowjetische Schiffe gesehen. Da das zusammen bereits 14 Schiffe sind, sind damit die gesuchten Anzahlen gefunden.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



Quellenverzeichnis

- (13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.