12. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1972/1973

Aufgaben und Lösungen

12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 120521:

In der folgenden Aufgabe ist jedes Sternchen (*) so durch eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu ersetzen, daß eine richtig gelöste Multiplikationsaufgabe entsteht. Dabei muß jede Zeile mit einer von 0 verschiedenen Ziffer beginnen.

$$\begin{array}{ccccccc}
4 & * & * & \cdot & 3 & * & * \\
\hline
 & * & * & * & 5 & & \\
 & & 3 & * & * & * & \\
 & & & & 8 & * & * \\
\hline
 & * & * & * & * & 3 & *
\end{array}$$

Als Ergebnis wird nur eine richtig ergänzte Aufgabe ohne Begründung verlangt.

Aufgabe 120522:

Eine Oberschule führte für alle Schulklassen ein Schulsportfest durch. Nach dem Sportfest behauptete Gerald, es hätte insgesamt 325 Teilnehmer gegeben.

Günter, der wußte, daß die Anzahl der an dem Sportfest teilnehmenden Mädchen um genau 24 größer war als die der teilnehmenden Jungen, meinte, Geralds Behauptung sei falsch.

Weise nach, daß Günters Meinung richtig ist!

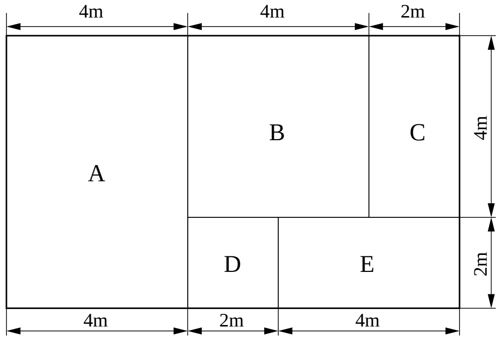
Aufgabe 120523:

In einem Kasten befinden sich insgesamt 100 gleichgroße Kugeln, nämlich 28 rote, 28 blaue, 26 schwarze, 16 weiße und 2 grüne.

Ulrike soll aus diesem Kasten im Dunkeln (also ohne bei irgendeiner der herausgenommenen Kugeln die Farbe erkennen zu können) eine Anzahl von Kugeln herausnehmen. Diese Anzahl soll sie so wählen, daß unter den herausgenommenen Kugeln mindestens 9 die gleiche Farbe haben müssen.

Welches ist die kleinste Kugelanzahl, die Ulrike wählen kann, um diese Aufgabe zu erfüllen?

Aufgabe 120524:



Die Abbildung stellt den Grundriß einer Wohnung mit den Räumen A, B, C, D, E dar.

a) Zeichne den Grundriß dieser Wohnung im Maßstab 1:100!

b) Die Fußböden der Räume A und B sollen gestrichen, die der Räume C, D und E mit einem Fußbodenbelag ausgelegt werden.

Ermittle den Flächeninhalt der Fußböden der einzelnen Räume und gib die Anzahl der zu streichenden und die der auszulegenden Quadratmeter an!

12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 120521:

Die letzte Ziffer des 1. Faktors muß 5 sein, da (siehe Zeile * * * 5) es keine andere einstellige Zahl gibt, die mit 3 multipliziert als Ergebnis eine Zahl mit letzter Ziffer 5 liefert.

Die letzte Ziffer des 2. Faktors muß 1 oder 2 sein, da diese Zahl mit dem 1. Faktor multipliziert eine ebenfalls dreistellige Zahl mit beginnender Ziffer 8 (Zeile 8 * *) ergibt. Ein Übertrag 4 in einem Zwischenschritt kann so nicht erreicht werden, also muß die letzte Ziffer des 2. Faktors 2 sein.

In der Aufgabe $4 * 5 \cdot 2 = 8 * 5$ muß das * im Ergebnis eine ungerade Zahl sein. Bezieht man die Ziffer 3 an der entsprechenden Stelle im Endergebnis ein und betrachtet, wie man darauf kommt, so muß in der Aufgabe $4 * 5 \cdot * = 3 * **$ die letzte Ergebnisziffer gerade sein. Folglich ist der 2. Faktor gerade. Aufgrund der Größe dieses Teilergebnisses kommt als 2. Faktor daher nur die Zahl 8 infrage. Was dazu führt, daß nun der 2. Faktor der ursprünglichen Aufgabe mit 382 bekannt ist.

In der 3. Teilaufgabe muß sich also das Sternchen als 3 ergeben, da in der 2. Teilaufgabe die letzte Ziffer Null ist. Folglich ist in der 3. Teilaufgabe: $4 * 5 \cdot 2 = 830$ das Sternchen durch 1 zu ersetzen. Damit ist der 1. Faktor der ursprünglichen Aufgabe gegeben, alle weiteren unbekannten Ziffern ergeben sich zwangsläufig: (rechts)

$$\begin{array}{rrrrrrr}
4 & 1 & 5 & \cdot & 3 & 8 & 2 \\
\hline
 & 1 & 2 & 4 & 5 & & \\
 & & 3 & 3 & 2 & 0 & \\
 & & & & 8 & 3 & 0 \\
\hline
 & 1 & 5 & 8 & 5 & 3 & 0
\end{array}$$

Anmerkung: Die Begründung des Lösungsweges war in der Aufgabenstellung nicht gefordert.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120522:

Angenommen, es hat an dem Sportfest eine gerade Anzahl Jungen teilgenommen, dann waren es auch eine gerade Anzahl Mädchen, da eine gerade Zahl plus 24 eine gerade Zahl ergibt. Die Summe der Zahlen Jungs und Mädchen ist folglich auch gerade, da die Summe zweier gerader Zahlen wieder eine gerade Zahl ergibt.

Angenommen, es hat an dem Sportfest eine ungerade Anzahl Jungen teilgenommen, dann waren es auch eine ungerade Anzahl Mädchen, da eine ungerade Zahl plus 24 eine ungerade Zahl ergibt. Die Summe der Zahlen Jungs und Mädchen ist folglich gerade, da die Summe zweier ungerader Zahlen eine gerade Zahl ergibt.

Mehr als diese beiden Fälle können nicht auftreten. In beiden Fällen ergibt sich, daß die Teilnehmerzahl am Sportfest eine gerade Zahl sein muß. 325 hingegen ist ungerade und kann damit nicht richtig sein. Geralds Behauptung ist also falsch.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

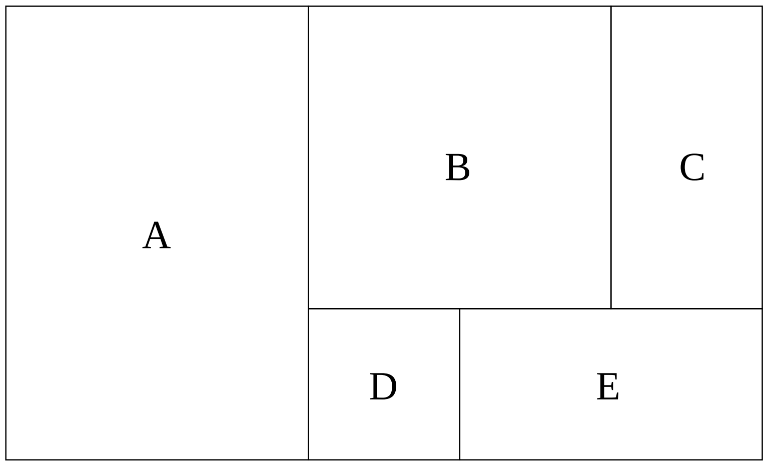
Lösung 120523:

Im ungünstigsten Fall entnimmt Ulrike zunächst 2 grüne, 8 rote, 8 blaue, 8 schwarze, 8 weiße Kugeln. Erst die nächste Kugel ist zu einer Farbe die 9. gleichfarbige Kugel. Ulrike muß also $2 + 8 + 8 + 8 + 8 + 1 = 35$ Kugeln auswählen, um mindestens 9 gleichfarbige Kugeln gewählt zu haben.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120524:

a) Bei diesem Maßstab muß 1 m in der Wirklichkeit 1 cm auf der Zeichnung entsprechen.



b) Die Grundfläche der einzelnen Räume betragen:

Raum A: $4\,\mathrm{m} \cdot (4 + 2)\,\mathrm{m} = 24\,\mathrm{m}^2$
Raum B: $4\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{m} = 16\,\mathrm{m}^2$
Raum C: $2\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{m} = 8\,\mathrm{m}^2$
Raum D: $2\,\mathrm{m} \cdot 2\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{m}^2$
Raum E: $2\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{m} = 8\,\mathrm{m}^2$

Damit beträgt die zu streichende Fläche $24\,\mathrm{m}^2 + 16\,\mathrm{m}^2 = 40\,\mathrm{m}^2$.

Die neu mit dem Fußbodenbelag auszulegende Fläche beträgt $8\,\mathrm{m}^2 + 4\,\mathrm{m}^2 + 8\,\mathrm{m}^2 = 20\,\mathrm{m}^2$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel