11. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1971/1972

Aufgaben und Lösungen

11. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 110511:

Bei einem Manöver unserer NVA legte ein Fahrzeug in 9 Teilstrecken eine Gesamtstrecke von 1 780 km zurück. Die erste Teilstrecke betrug 220 km. Die restlichen 8 Teilstrecken waren untereinander gleich lang.

Berechne die Länge einer jeden dieser restlichen 8 Teilstrecken!

Aufgabe 110512:

Rolf behauptet, daß sich eine Additionsaufgabe mit der Summe 1 000 bilden läßt, wobei sämtliche Summanden natürliche Zahlen sind, in deren dekadischer Darstellung ausschließlich die Ziffer 8 auftritt, und zwar insgesamt genau 8 mal.

Stelle fest, ob Rolfs Behauptung richtig ist!

Wenn sie es ist, so gib alle derartigen Additionsaufgaben an und ordne darin die Summanden der Größe nach, beginnend mit dem größten!

Aufgabe 110513:

Zeichne 5 Geraden g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 so, daß sie

a) keinen gemeinsamen Punkt,

b) genau einen Schnittpunkt,

c) genau vier Schnittpunkte,

d) genau fünf Schnittpunkte,

e) genau sechs Schnittpunkte,

f) genau sieben Schnittpunkte,

g) genau acht Schnittpunkte,

h) genau neun Schnittpunkte,

i) genau zehn Schnittpunkte miteinander haben!

Als Lösung gilt eine jeweilige Zeichnung ohne Begründung. Parallele Geraden sind als solche zu kennzeichnen (z. B. $g_1 \parallel g_2$).

Aufgabe 110514:

Es soll das Produkt $21 \cdot 12 \cdot 25$ berechnet werden.

Manfred will diese Aufgabe schriftlich lösen. Annerose sagt: "Mit Hilfe eines Rechenvorteils kann ich die Aufgabe auch im Kopfe rechnen."

Gib an, welchen Rechenvorteil Annerose benutzt haben könnte!

11. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 110511:

Die Strecke der restlichen 8 Teilstrecken beträgt $1\,780 - 220\,\text{km} = 1\,560\,\text{km}$. Diese Strecke ist durch 8 zu teilen, um auf die Länge eines Teilstückes zu kommen: $1\,560 : 8 = 195$. Damit beträgt die Länge eines Teilstückes 195 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110512:

Damit die letzte Ziffer der Additionsaufgabe Null ist wie bei 1000, muß die 8 in 5 Summanden an letzter Stelle stehen. Die nächstgrößere Anzahl Summanden ist 10, was zur Folge hätte, daß es sich um mindestens 10 vorkommende Ziffern 8 in der Aufgabe handeln würde, was der Aufgabenstellung widerspricht. Folglich hat die Aufgabe, sofern eine solche Additionsaufgabe existiert, genau 5 Summanden.

Da in jedem Summanden die letzte Ziffer 8 vorkommen muß, bleiben 3 Ziffern 8 übrig, die eine größere als die letzte Ziffer in einem Summanden darstellen. Gäbe es folglich 3 zweistellige Summanden, wäre das Ergebnis viel zu klein: $88 + 88 + 88 + 8 + 8 = 280 < 1\,000$.

Folglich muß mindestens ein Summand mindestens dreistellig sein. Zwei dreistellige Summanden sind allerdings nicht möglich, da man sonst bei 5 Summanden nicht mehr mit genau 8 Ziffern auskommt. Also muß in diesem Fall exakt ein Summand dreistellig sein: $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1\,000$. Dies ist eine Lösung der Aufgabenstellung.

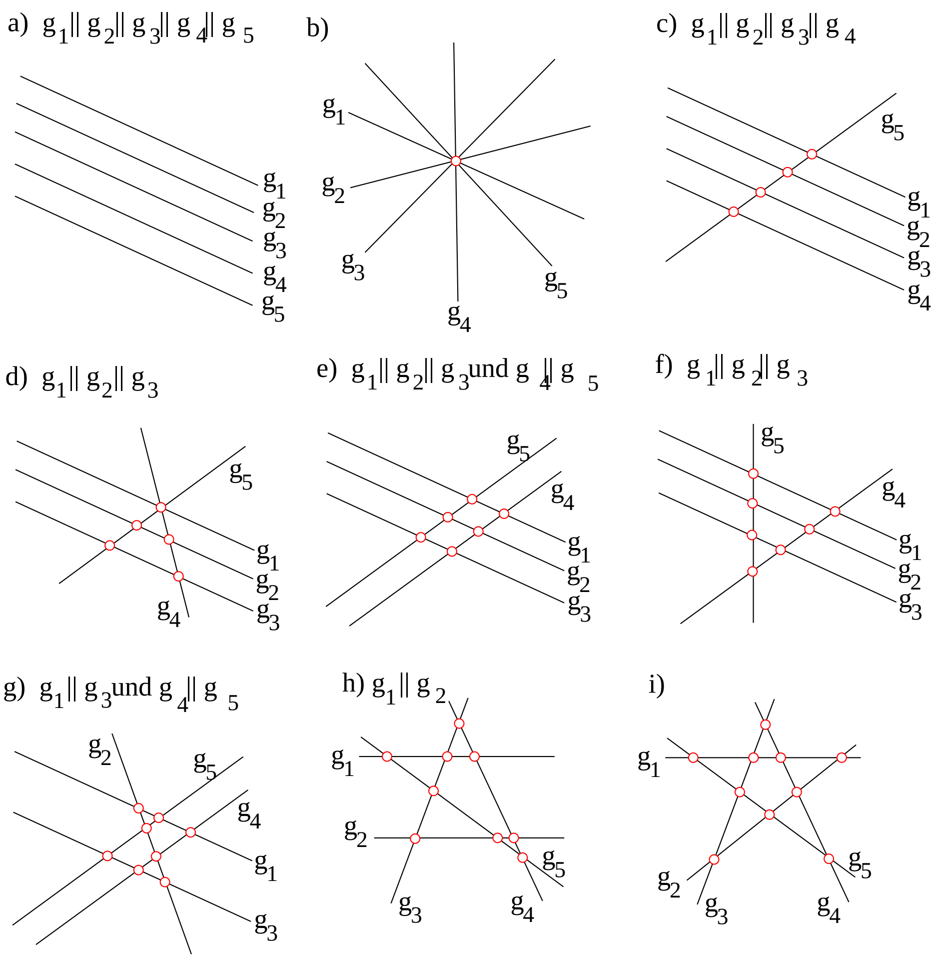
Wäre ein Summand sogar vierstellig, so wäre das Ergebnis der Summation allerdings zu groß: $8\,888 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8\,920$.

Damit ist die von Rolf gestellte Aufgabe einzig durch folgende Gleichung zu erfüllen:

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1\,000$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110513:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110514:

Annerose kann bspw. das Wissen benutzen, daß $4 \cdot 25 = 100$ ist. Da 12 durch 4 teilbar ist (Ergebnis 3), kann sie rechnen: $21 \cdot 3 = 63$. An das Ergebnis werden 2 Nullen angehängt (entspricht der Multiplikation mit 100), und sie erhält als Ergebnis im Kopf: 6 300.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel