9. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1969/1970

Aufgaben und Lösungen

9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090821:

Klaus und Horst spielen mit Würfeln. Sie benutzen bei jedem Wurf genau zwei verschieden große Würfel und addieren jedesmal die beiden Augenzahlen.

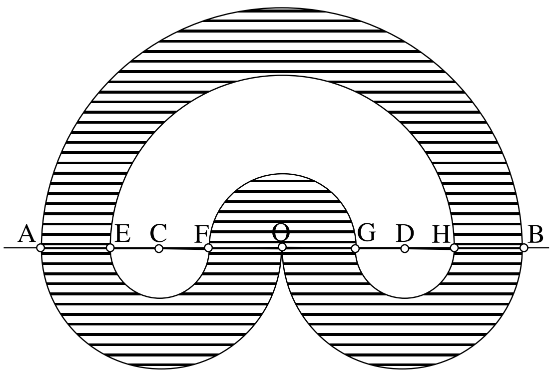
Klaus meint, daß unter allen möglichen verschiedenen Würfen solche mit der Summe 7 am häufigsten auftreten. Zwei Würfe heißen dabei genau dann gleich, wenn die Augenzahlen gleich großer Würfel jeweils übereinstimmen.

Begründe die Richtigkeit dieser Meinung!

Aufgabe 090822:

Auf einer Geraden seien die Punkte A, E, C, F, O, G, D, H, B in dieser Reihenfolge so gelegen, daß gilt:

$$\overline{AB} = 6\text{ cm}$$
$$\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FO} = \overline{OG} = \overline{GH} = \overline{HB} = 1\text{ cm};$$
$$\overline{EC} = \overline{CF} = \overline{GD} = \overline{DH} = 0,5\text{ cm}.$$



Über den Strecken AB, EH und FG seien Halbkreise in die eine Halbebene und über den Strecken AO, OB, EF und GH Halbkreise in die andere Halbebene bezüglich der Geraden durch A und B gezeichnet.

Berechne den Inhalt der schraffierten Fläche!

Aufgabe 090823:

a) Wie oft insgesamt stehen im Verlaufe von 24 Stunden (von 0.00 Uhr bis 24.00 Uhr) der Stunden- und der Minutenzeiger einer Uhr senkrecht aufeinander?

b) Berechne insbesondere alle derartigen Zeitpunkte zwischen 4.00 Uhr und 5.00 Uhr!

Aufgabe 090824:

Beweise folgenden Satz:

> In jedem Dreieck ΔABC teilt jede Halbierende eines Innenwinkels dessen Gegenseite im Verhältnis der beiden anderen Seiten.

9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 090821:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 090822:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 090823:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (15)

Lösung 090824:

Voraussetzung: Dreieck mit Winkelhalbierender

Behauptung: Winkelhalbierende teilt gegenüberliegende Seite im Verhältnis der beiden anderen Seiten

Beweis: O.B.d.A. werde die Winkelhalbierende in C betrachtet, damit gilt $\gamma_1 = \gamma_2$ (1). Zu zeigen bleibt hier $a_1 : a_2 = c_1 : c_2$.

Der Sinus von zwei sich zu 180^o ergänzenden Winkeln (Nebenwinkel) ist gleich groß. Deshalb gilt: $\sin\alpha_1 = \sin\alpha_2$ (2)

Wegen dem Sinussatz gilt: $\sin\alpha : \sin\gamma = a : c$. Daher gilt nun ebenfalls: $\sin\alpha_1 : \sin\gamma_1 = a_1 : c_1$ (3) und $\sin\alpha_2 : \sin\gamma_2 = a_2 : c_2$ (4).

Mit (3), (4), (1) und (2) gilt: $a_1 : a_2 = (\sin\alpha_1 \cdot \sin\gamma_2 \cdot c_1) : (\sin\gamma_1 \cdot \sin\alpha_2 \cdot c_2) = c_1 : c_2$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Felix Kaschura

Quellenverzeichnis

(15) "a+b = b+a" - Heft 66, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 8 - Dokumentation I.-XVIII. Olympiade (1961-1979), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1979.