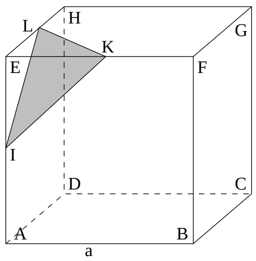
# 9. Mathematik Olympiade
# 1. Stufe (Schulolympiade)
# Klasse 6
# Saison 1969/1970

Aufgaben und Lösungen

# 9. Mathematik-Olympiade
# 1. Stufe (Schulolympiade)
# Klasse 6
# Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

## Aufgabe 090611:




Gegeben sei ein Würfel mit den Eckpunkten $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, $H$ (siehe Abbildung) und der Kantenlänge $a = 4$ cm. Von ihm werde durch einen ebenen Schnitt durch die Punkte $I$, $K$, $L$ eine Ecke abgeschnitten, wobei $I$ der Mittelpunkt von $AE$, $K$ der Mittelpunkt von $EF$ und $L$ der Mittelpunkt von $EH$ ist.

Zeichne ein Netz des Restkörpers und bezeichne die Eckpunkte!

## Aufgabe 090612:

In den Ferien war Klaus auf dem Lande. Aus seinen Beobachtungen ergab sich folgende Scherzaufgabe:

$$1\tfrac{1}{2} \text{ Hühner legen in } 1\tfrac{1}{2} \text{ Tagen } 1\tfrac{1}{2} \text{ Eier.}$$

Ermittle die Anzahl aller Eier, die bei gleicher Legeleistung 7 Hühner in 6 Tagen legen würden!

## Aufgabe 090613:

In einem Wettbewerb der Mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" sollten den vier dort vorgegebenen geometrischen Figuren die richtigen Namen zugeordnet werden.

In genau $\frac{3}{25}$ der eingesandten Lösungen wurden allen vier vorgegebenen Figuren die richtigen Namen zugeordnet. Bei genau doppelt soviel Lösungen wurden je zwei Figuren die richtigen und je zwei Figuren die falschen Namen zugeordnet. Die Anzahl der Lösungen mit genau drei falschen Zuordnungen war genau viermal so groß wie die Zahl der richtigen Lösungen. Genau 240 der eingesandten Lösungen enthielten keine richtige Zuordnung. Weitere Einsendungen lagen nicht vor.

Ermittle die Anzahl aller zu diesem Wettbewerb eingesandten Lösungen!

## Aufgabe 090614:

Eine Arbeitsgemeinschaft erhielt als Auszeichnung für sehr gute Leistungen einen Betrag von genau 240, – M. Bei gleichmäßiger Verteilung dieses Geldes auf alle Mitglieder der Arbeitsgemeinschaft hätte jedes Mitglied einen ganzzahligen Betrag (in Mark) erhalten. Die Mitglieder beschlossen jedoch, die 240, – M gemeinsam auf einer Wanderfahrt auszugeben.

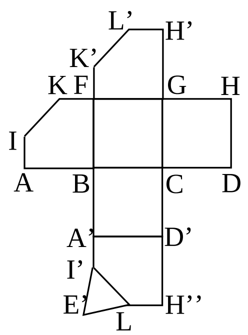
Genau drei der Mitglieder konnten an der Wanderfahrt nicht teilnehmen, infolgedessen standen bei gleichmäßiger Verteilung des Geldes auf alle Teilnehmer der Wanderfahrt für jeden Teilnehmer genau 4, – M mehr zur Verfügung als bei gleichmäßiger Verteilung auf alle Mitglieder.

Ermittle die Mitgliederzahl der Arbeitsgemeinschaft!

# 9. Mathematik-Olympiade
## 1. Stufe (Schulolympiade)
## Klasse 6
## Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 090611:




Es gibt mehrere Möglichkeiten, ein solches Netz aufzuzeichnen. Eine davon ist die abgebildete Variante.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 090612:
Die Aussage ist gleichbedeutend mit:

$1\frac{1}{2}$ Hühner legen in 6 Tagen 6 Eier.

$4 \cdot 1\frac{1}{2}$ Hühner legen in 6 Tagen $4 \cdot 6$ Eier.

6 Hühner legen in 6 Tagen 24 Eier.

1 Huhn legt in 6 Tagen 4 Eier.

7 Hühner legen in 6 Tagen 28 Eier.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 090613:
Es sei $z$ die Anzahl aller zum Wettbewerb eingesandten Lösungen. Es gilt dann:

(1) Genau vier richtig: $\frac{3}{25}z$

(2) Genau zwei richtig: $\frac{6}{25}z$

(3) Genau eins richtig: $4 \cdot \frac{3}{25}z$

(4) Keins richtig: 240

Damit gilt, daß die Summe dieser vier Fälle $z$ ergibt:

$$\begin{aligned} z &= \frac{3}{25}z + \frac{6}{25}z + 4\cdot\frac{3}{25}z + 240 \\ z &= \frac{21}{25}z + 240 \\ \frac{4}{25}z &= 240 \\ z &= 1\,500 \end{aligned}$$

Zum Wettbewerb gab es genau 1 500 Einsendungen.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 090614:

Die Arbeitsgemeinschaft bestehe aus $x$ Mitgliedern. Bei gleichmäßiger Verteilung des Geldes auf alle Mitglieder würde es pro Kopf einen Betrag von $a$ geben, d.h. $a \cdot x = 240$. Es muß gelten, daß $x$ ein ganzzahliger Teiler von 240 ist.

Der Anteil von 3 Mitgliedern ermöglichte einen um 4, – M höheren Anteil aller übrigen Mitglieder. Dies läßt sich auch so ausdrücken:

$$\begin{aligned} 240 = (x-3)\cdot(a+4) &= ax - 3a + 4x - 12 = 240 - 3a + 4x - 12 \\ 4x - 3a &= 12 \\ 4x - 3\cdot\frac{240}{x} &= 12 \\ x^2 - 3x - 180 &= 0 \\ (x+12)\cdot(x-15) &= 0 \end{aligned}$$

Ein Produkt wird Null, wenn mindestens ein Faktor Null ist. Damit ergeben sich unmittelbar die Lösungen: $x = -12$ (Widerspruch dazu, daß $x$ eine natürliche Zahl ist) sowie $x = 15$. Die Arbeitsgemeinschaft hatte also 15 Mitglieder.

*Hinweis:* Durch systematisches Probieren kann der Schüler auch zu dieser Lösung gelangen.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*