



8. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1968/1969

Aufgaben und Lösungen

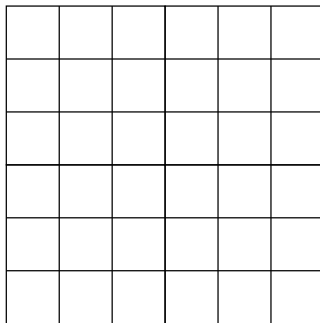




8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 080521:



Kreuze 6 der 36 Felder des gegebenen quadratischen Netzes so an, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte genau ein angekreuztes Feld und in jeder der Diagonalen höchstens ein angekreuztes Feld liegt!

Aufgabe 080522:

In einem Lagerraum befinden sich dreimal so viel Kilogramm Weizen wie in einem zweiten. Nachdem aus dem ersten 85 000 kg und aus dem zweiten 5 000 kg entnommen wurden, waren die Bestände gleich.

Wieviel Tonnen Weizen befanden sich vor der Entnahme in dem ersten und wieviel in dem zweiten Lager-
raum?

Aufgabe 080523:

Heinz fragt Gerd: "Wieviel Jahre bist du alt?" Gerd antwortet: "Meine Schwester ist viermal so alt wie mein Bruder. Ich bin mehr als doppelt, aber weniger als viermal so alt wie meine Schwester. Zusammen sind wir drei Geschwister 17 Jahre alt."

Berechne, wieviel Jahre Gerd alt ist! (Alle Altersangaben sollen in vollen Jahren erfolgen.)

Aufgabe 080524:

Ermittle zwei natürliche Zahlen a und b , die gleichzeitig folgenden beiden Bedingungen genügen:

- (1) Die Differenz $a - b$ der beiden natürlichen Zahlen beträgt 3.
- (2) Das Produkt dieser beiden natürlichen Zahlen beträgt 180.



8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 080521:

Eine Lösungsmöglichkeit ist z.B. die in der Abb. dargestellte.

			x		
x					
				x	
	x				
					x
		x			

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 080522:

Es gilt: $85\,000\text{ kg} = 85\text{ t}$ und $5\,000\text{ kg} = 5\text{ t}$.

Wenn nach der Entnahme von 85 t Weizen aus dem ersten und 5 t aus dem zweiten die Bestände in den beiden Lagerräumen gleich sind, befanden sich im ersten Lagerraum 80 t mehr als im zweiten, denn $85\text{ t} - 5\text{ t} = 80\text{ t}$.

Da im ersten Lagerraum der Bestand anfangs dreimal so groß wie im zweiten war und nach der Entnahme in beiden die Bestände gleich sind, muss anfangs der Überschuß des ersten Raumes zweimal so groß wie der Bestand des zweiten Raumes gewesen sein. Also befanden sich im zweiten Raum die Hälfte von 80 t, das sind 40 t, und im ersten 120 t Weizen; denn $40\text{ t} \cdot 3 = 120\text{ t}$.

Probe:

$$40\text{ t} - 5\text{ t} = 35\text{ t}$$

$$120\text{ t} - 85\text{ t} = 35\text{ t}.$$

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 080523:

Da Gerd mehr als doppelt so alt ist wie seine Schwester und seine Schwester viermal so alt ist wie ihr Bruder, so muss Gerd mehr als achtmal so alt sein wie sein Bruder. Wäre sein Bruder zwei oder mehr Jahre alt, dann müsste Gerd mehr als 16 Jahre alt sein. Das widerspräche der Angabe, dass die Summe der Jahre 17 beträgt.

Also ist der Bruder 1 Jahr alt, die Schwester demnach 4 Jahre, und wegen $17 - 1 - 4 = 12$ muss Gerd 12 Jahre alt sein.

Wegen $4 \cdot 4 > 12$ ist auch die Bedingung erfüllt, dass Gerd weniger als viermal so alt ist wie seine Schwester. Die angegebene Lösung genügt damit allen Bedingungen und ist zugleich die einzig mögliche.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)



Lösung 080524:

Die Zahl 180 lässt sich nur auf die folgenden Weisen in zwei Faktoren a und b (mit natürlichen Zahlen a, b) zerlegen:

$$\begin{aligned} 180 &= 180 \cdot 1 = 90 \cdot 2 = 60 \cdot 3 = 45 \cdot 4 \\ &= 36 \cdot 5 = 30 \cdot 6 = 20 \cdot 9 = 18 \cdot 10 \\ &= 15 \cdot 12 \end{aligned}$$

Dabei ist wegen $15 - 12 = 3$ nur für $a = 15$ und $b = 12$ auch die Bedingung (1) erfüllt.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)



Quellenverzeichnis

- (13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.