



8. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1968/1969

Aufgaben und Lösungen





8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 080511:

Auf einer Großbaustelle sind drei Bagger eingesetzt. Bei gleichbleibender Leistung befördern sie in 20 min insgesamt 90 m^3 Erde. Für die Bedienung dieser drei Bagger ist ein Kollektiv von insgesamt sechs Arbeitern notwendig. Wir nehmen an, daß an Stelle dieser drei Bagger sechs Erdarbeiter diese Arbeit verrichten müßten.

Nach wieviel Arbeitstagen würden sie frühestens die 90 m^3 Erde ausgehoben haben, wenn jeder der Erdarbeiter an jedem Arbeitstag durchschnittlich 5 m^3 Erde bewegt?

Aufgabe 080512:

Setze die Vielfachen der Zahl 3 von 3 bis 27 so in die einzelnen Felder des untenstehenden Quadrates ein, daß die Summen jeder Zeile (waagrecht), jeder Spalte (senkrecht) und jeder Diagonale (von links oben nach rechts unten und von rechts oben nach links unten) gleich sind!

Aufgabe 080513:

Annerose bringt aus dem Garten Äpfel und Pflaumen mit. Als sie nach Hause kommt, wird sie von ihrem Bruder Gerd gefragt: "Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hast du mitgebracht?"

Verschmitzt antwortet Annerose: "Es sind zusammen weniger als 50 Stück, und zwar dreimal so viel Pflaumen wie Äpfel. Wenn Mutter von den mitgebrachten Äpfeln und Pflaumen jedem von uns vier Geschwistern je einen Apfel und je eine Pflaume gibt, bleiben noch viermal so viel Pflaumen wie Äpfel übrig."

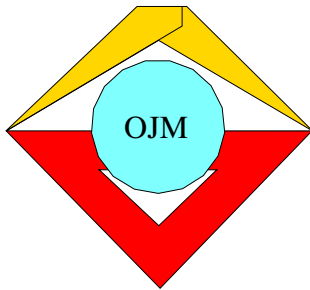
Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hatte sie mitgebracht?

Aufgabe 080514:

Fünf Flächen eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Würfel von je 1 cm Kantenlänge zersägt.

Wieviel dieser kleinen Würfel haben 0; 1; 2; 3 bzw. 4 rot angestrichene Flächen?

Anleitung: Du kannst dir auch zur Veranschaulichung einen Würfel von 3 cm Kantenlänge basteln. Zerlege jede Fläche in Quadratzentimeter!



8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 080511:

Es gibt 6 Erdarbeiter, die durchschnittlich pro Tag 5 m^3 Erde bewegen. Dies sind pro Tag 30 m^3 insgesamt. Um 90 m^3 Erde zu bewegen, bräuchten diese 6 Arbeiter folglich genau 3 Tage.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080512:

Die Vielfachen von 3 zwischen 3 und 27 betragen als Summe 135. Damit ergibt sich als Zeilen-, Spalten- und Diagonalsumme ein Drittel = 45. Wenn man nun noch den Durchschnittswert dieser 9 Zahlen in die Mitte des Quadrates einsetzt, dann kommt man durch Probieren recht schnell zu einer Lösung gleich oder ähnlich der folgenden:

18	3	24
21	15	9
6	27	12

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080513:

Es seien die Anzahl der mitgebrachten Pflaumen mit p und die der Äpfel mit a bezeichnet. Dann kann man die Aussagen zu folgenden Gleichungen und Ungleichungen formen:

$$a + p < 50 \tag{1}$$

$$p = 3a \tag{2}$$

$$p - 4 = 4(a - 4) \tag{3}$$

Wenn nun (2) in (3) eingesetzt wird, ergibt sich:

$$3a - 4 = 4a - 16$$

$$a = 12$$

$$p = 36$$

Annerose hat 12 Äpfel und 36 Pflaumen mitgebracht. Die Probe bestätigt die Lösung.

Anmerkung: Die Lösung kann auch durch systematisches Probieren gefunden werden.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080514:

Der kleine Würfel im Inneren ohne Außenfläche des ursprünglichen großen Würfels hat keinen Anstrich. Ebenfalls hat der kleine Würfel keinen Anstrich, der in der Mitte der nicht angestrichenen Fläche liegt.



Genau eine farbige Fläche haben die 5 kleinen Würfel, die in den Mitten der angestrichenen Seiten liegen. Ferner gehören zu den auf einer Seite angestrichenen kleinen Würfeln diejenigen 4, die in die nicht angestrichene Fläche grenzen aber keine Ecken sind.

2 angestrichene Flächen haben diejenigen kleinen Würfel, die als Kanten (aber nicht Ecken) benachbarter angestrichener Seiten des großen Würfels entstanden sind. Dies sind 8 Stück. Ferner sind dies die 4 aus den Ecken der nicht angestrichenen Seite entstehenden kleinen Würfel.

Es gibt 4 kleine Würfel, die aus den Ecken mit 3 angestrichenen Seitenflächen des großen Würfels entstanden sind.

Damit sind alle 27 kleinen Würfel betrachtet. Es gibt also kleine Würfel mit 2 mal 0, 9 mal 1, 12 mal 2, 4 mal 3 und 0 mal 4 angestrichenen Seiten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel