5. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1965/1966

Aufgaben und Lösungen

5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 050821:

Eine Gruppe von Schülern einer Klasse hat Kastanien gesammelt. Als ein Mitschüler fragt, wieviel Schüler die Klasse hat und wieviel beim Sammeln teilgenommen haben, erhält er folgende Antworten:

(1) Wären 12 Schüler mehr dabei gewesen, dann hätten wir 75% mehr sammeln können.

(2) Wenn 75% der Schüler unserer Klasse teilgenommen hätten, dann hätten wir das Eineinhalbfache sammeln können.

(3) Es soll vorausgesetzt werden, daß jeder Schüler die gleiche Anzahl von Kastanien sammelt.

a) Wieviel Schüler haben teilgenommen?

b) Wieviel Schüler hat die Klasse?

Aufgabe 050822:

In dem Dreieck $\triangle ABC$ mit den Winkelmaßen α, β und γ sei die Winkelhalbierende w_α eingezeichnet. Sie schneide die Seite BC in D. Die Winkel $\sphericalangle ADB$ und $\sphericalangle ADC$ haben die Maße δ bzw. ϵ.

Beweise, daß $\delta - \epsilon = \gamma - \beta$ ist!

Aufgabe 050823:

Die Seiten eines konvexen Fünfecks seien der Reihe nach a, b, c, d und e. Die Seite a sei $5,5$ cm, b sei 4 cm, c sei $3,4$ cm, d sei $4,6$ cm und e sei $2,9$ cm lang. Die Seiten a und e schließen einen Winkel mit dem Maß $\alpha = 100°$, die Seiten b und c einen Winkel mit dem Maß $\beta = 93°$ ein.

a) Konstruiere das Fünfeck aus diesen 7 Stücken!

b) Beschreibe die Konstruktion!

Aufgabe 050824:

Die Fischer Adam, Bauer, Christiansen und Dahse (abgekürzt A, B, C, D) wägen nach dem Fischen ihre Ausbeute und stellen fest:

(1) D fing mehr als C.

(2) A und B fingen zusammen genau so viel wie C und D zusammen.

(3) A und D fingen zusammen weniger als B und C zusammen.

Ordne die Fangergebnisse a, b, c, d der Fischer A, B, C, D der Größe nach! (Beginne mit dem größten Ergebnis!)

5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 050821:

a) Die Anzahl der Schüler, die gesammelt haben, sei x. Wegen (1) und (3) gilt dann $(x+12) : x = 175 : 100$, woraus sich $75x = 1\,200$ und $x = 16$ ergibt.

b) Wegen (2) und (3) gilt für die Anzahl a der Schüler in der Klasse

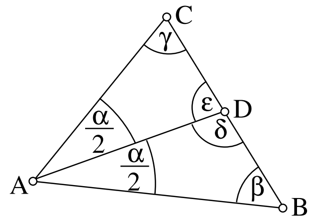
$$\begin{aligned} \frac{75}{100}\, a : x &= 3 : 2 \\ a : x &= 2 : 1 \\ a &= 2x. \end{aligned}$$

Folglich ist $a = 32$, und die Klasse hat genau 32 Schüler.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (15)

Lösung 050822:

Nach dem Satz vom Außenwinkel gilt (siehe Abbildung):

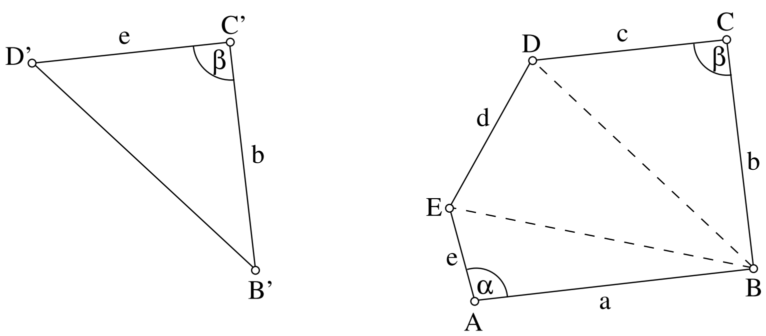


$$\begin{aligned} \delta &= \gamma + \frac{\alpha}{2} \\ \epsilon &= \beta + \frac{\alpha}{2} \\ \delta - \epsilon &= \gamma - \beta \end{aligned}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (15)

Lösung 050823:

a) Konstruktion (siehe Abbildung)



b) Man konstruiert zunächst ein zu dem Teildreieck ΔBCD kongruentes Dreieck $\Delta B'C'D'$ aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel. Dann ist $\overline{B'D'} = \overline{BD}$. Nun konstruiert man in gleicher Weise das Teildreieck ΔABE. Die Punkte D bzw. C erhält man durch Konstruktion der Dreiecke ΔEBD und ΔDBC jeweils aus den drei Seiten.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (15)

Lösung 050824:

Die Aussagen (1), (2) und (3) lassen sich folgendermaßen schreiben:

(1) $d > c$,

(2) $a + b = c + d$,

(3) $a + d < b + c$.

Aus (2) und (3) folgt (4) $b > d$,

aus (2) und (4) folgt (5) $c > a$ und

aus (4), (1) und (5) folgt schließlich $b > d > c > a$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (15)

Quellenverzeichnis

(15) "a+b = b+a" - Heft 66, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 8 - Dokumentation I.-XVIII. Olympiade (1961-1979), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1979.