



5. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1965/1966

Aufgaben und Lösungen





5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 050521:

Aus 36 gleich großen Quadraten soll durch Aneinanderlegen ein Rechteck gebildet werden.

- a) Wieviel Lösungsmöglichkeiten gibt es? (Bei jeder Lösung sollen sämtliche Quadrate verwendet werden.)
- b) Welches der möglichen Rechtecke hat den kleinsten Umfang?

Aufgabe 050522:

Für die fünf natürlichen Zahlen a, b, c, d, e gelten die folgenden Ungleichungen:

$$\begin{array}{cccc}
 a > e; & b < c; & c > e; & d < e; \\
 a > b; & b < d; & c > a; & a > d;
 \end{array}$$

Ordne diese Zahlen der Größe nach an!

Aufgabe 050523:

Für jeden von 600 000 Einwohner Leipzigs werden 125 kg Kartoffeln eingekellert.

- a) Berechne die bereitzustellende Menge in Tonnen!
- b) Welches ist die größte Anzahl von Güterwagen mit je 15 t Ladefähigkeit, die mit dieser Menge voll beladen werden können?
- c) Wieviel Tonnen werden durchschnittlich an jedem Tag ausgeliefert, wenn der erste Auslieferungstag der 17.9. und der letzte Auslieferungstag der 14.10. ist und auch an Sonn- und Feiertagen ausgeliefert wird?

Aufgabe 050524:

Ermittle die fehlenden Ziffern!

$$\begin{array}{r}
 6 \ x \cdot \ x \ x \ x \\
 \underline{x \ x} \\
 \ x \ x \\
 \ x \ x \\
 \hline
 x \ x \ x \ 6
 \end{array}$$



5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 050521:

- a) Das Rechteck kann nur so viele Zeilen der Quadrate (bzw. Spalten aus den gegebenen Quadraten) haben wie es in 2 natürliche Faktoren zerlegbar ist, damit sämtliche Quadrate benutzt werden. Dazu gibt es folgende Möglichkeiten (mit Einheit sei die Länge einer Quadratseite bezeichnet):

$$\begin{aligned} 36 &= 1 \cdot 36 \Rightarrow 74 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 2 \cdot 18 \Rightarrow 40 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 3 \cdot 12 \Rightarrow 30 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 4 \cdot 9 \Rightarrow 26 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 6 \cdot 6 \Rightarrow 24 \text{ Umfangseinheiten} \end{aligned}$$

Dies sind also 5 Möglichkeiten.

- b) Wie aus a) ersichtlich, ist das entstehende Rechteck aus 6×6 Quadraten das mit dem kleinsten Umfang.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050522:

Zunächst werden alle Ungleichungen so aufgeschrieben, daß das Gleichheitszeichen in dieselbe Richtung zeigt.

- (1) $e < a$
- (2) $b < c$
- (3) $e < c$
- (4) $d < e$
- (5) $b < a$
- (6) $b < d$
- (7) $a < c$
- (8) $d < a$



Aus (1), (5) und (8) folgt, daß b, d, e kleiner als a sind.

Aus (2), (3) und (7) folgt, daß a, b, e kleiner als c sind.

Damit folgt, daß c die größte Zahl und a die zweitgrößte Zahl sein muß.

Ferner folgt aus (4) und (6) die Reihenfolge $b < d < e$. Damit lautet die Reihenfolge aller Zahlen:

$$b < d < e < a < c$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050523:

- a) $600000 \cdot 125 \text{ kg} = 60000 \cdot 1250 \text{ kg} = 60000 \cdot 1,25 \text{ t} = 75000 \text{ t}$. Es ist folglich eine Menge von 75000 t Kartoffeln bereitzustellen.
- b) $75000 \text{ t} : 15 \text{ t} = 5000$. Es können also genau 5000 Güterwagen mit dieser Menge voll beladen werden.
- c) Inclusive 17.9. bis 14.10. sind dies 28 Tage. Daher werden durchschnittlich $75000 \text{ t} : 28 \text{ Tage} = 2679 \text{ t/Tag}$ ausgeliefert.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050524:

Jede der Ziffern des rechten Faktors muß 1 betragen, da ansonsten bei vorgegebenem ersten Faktor mit erster Ziffer 6 als Produkt keine zweistellige Zahl entstehen würde. Laut Teilschritten ist jedoch jeder Teilfaktor eine zweistellige Zahl. Es bleibt also nur noch eine Position zu bestimmen in $6x \cdot 111$.

Mittels der letzten vorgegebenen Stelle im Ergebnis (=6) muß die verbliebene unbekannte Position 6 sein, denn es gibt keine andere einstellige natürliche Zahl, die mit 1 multipliziert eine Zahl mit letzter Ziffer 6 ergibt. Somit sieht die Aufgabe wie folgt aus:

$$\begin{array}{r} 66 \cdot 111 \\ \hline 66 \\ 66 \\ 66 \\ \hline 7326 \end{array}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel