3. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1963/1964

Aufgaben und Lösungen

3. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030511:

Der VEB Simson Suhl produziert gegenwärtig täglich 235 Kleinstroller KR 50. Im Jahre 1958 betrug die Produktion dagegen nur 42 Kleinstroller täglich. Wieviel Kleinstroller wurden im Jahre 1963 mehr produziert als im Jahre 1958? Die Anzahl der Arbeitstage eines Jahres sei dabei mit 300 angenommen.

Aufgabe 030512:

Nach der Kreisolympiade Junger Mathematiker wurde ein Pionier gefragt, wieviel Punkte er bekommen habe. Scherzhaft sagte er: „Wenn man zu der Zahl meiner Punkte 10 hinzufügt und die Summe verdoppelt, so fehlen mir noch 10 Punkte an 100.“

a) Wieviel Punkte erzielte der Thälmann-Pionier?

b) Wie hast du das Ergebnis gefunden?

Aufgabe 030513:

Klaus hat sich für die „Knobelecke“ eine interessante Aufgabe ausgedacht: Es sollen bei der Multiplikationsaufgabe

$$13* \cdot 7* = 1****$$

alle $*$ so durch Ziffern ersetzt werden, daß alle drei Zahlen auf die gleiche Ziffer enden und daß beim Ergebnis an der Zehnerstelle die gleiche Ziffer steht wie an der Hunderterstelle. Was hast du bei der Lösung dieser Aufgabe überlegt?

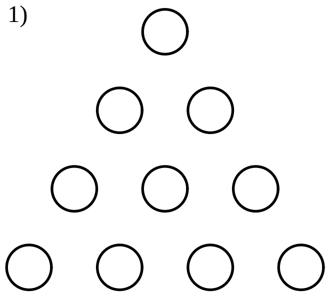
Aufgabe 030514:

Zehn Pfennige liegen in der Anordnung auf dem Tisch, die die Abbildung 1) zeigt. Es sollen einige Pfennige so umgelegt werden, daß die auf der Abbildung 2) dargestellte Anordnung entsteht.

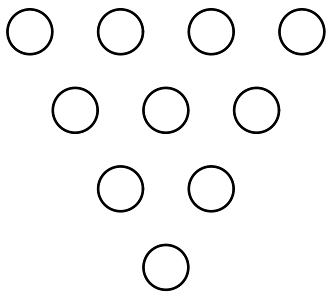
a) Wieviel Pfennige muß man mindestens umlegen?

b) Welche Pfennige sind das? Kreuze sie an!

1)



2)



Aufgabe 030515:

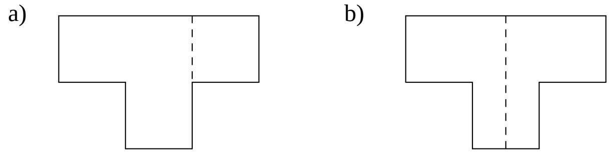
Von fünf Thälmann-Pionieren sind folgende zehn Altersvergleiche bekannt: Doris ist jünger als Marga, Bärbel älter als Inge, Renate älter als Doris, Inge jünger als Marga, Bärbel jünger als Renate, Renate jünger als Marga, Doris älter als Inge, Marga älter als Bärbel, Inge jünger als Renate, Doris älter als Bärbel.

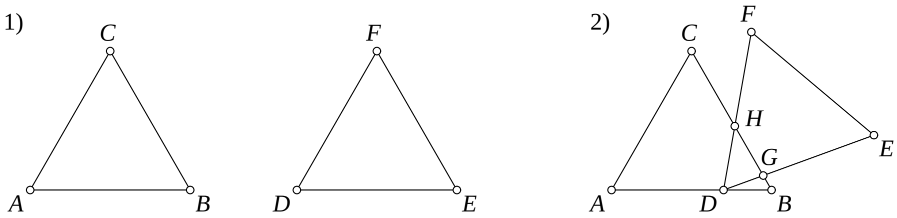
a) Wie lautet die Reihenfolge der fünf Mädchen nach ihrem Alter? Beginne mit der Jüngsten!

b) Welche angegebenen Vergleiche sind überflüssig? Warum?

Aufgabe 030516:

Gegeben seien die beiden unter 1) abgebildeten Dreiecke. Sie haben dabei keinen Punkt gemeinsam. Wenn sie dagegen so liegen wie auf der Abbildung 2), haben sie genau drei Punkte, nämlich D, G und H, gemeinsam.





Wie können die Dreiecke liegen, wenn sie genau

a) einen Punkt,

b) zwei Punkte,

c) vier Punkte,

d) fünf Punkte,

e) sechs Punkte

gemeinsam haben sollen? Zeichne die Dreiecke in diesen verschiedenen Lagen!

3. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 030511:

Im Jahr 1958 wurden täglich 42 Kleinstroller produziert. Bei 300 Arbeitstagen pro Jahr sind das $42 \cdot 300 = 12\,600$ Stück im Jahr. 1963 sind dies bei täglicher Produktion von 235 Stück schon $235 \cdot 300 = 70\,500$ Kleinstroller im Jahr. Die gesuchte Differenz beträgt dann $70\,500 - 12\,600 = 57\,900$ Kleinstroller, die 1963 mehr produziert wurden als 1958.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030512:

Die erreichten Punkte seien mit x bezeichnet. Es läßt sich dann folgende Gleichung aufstellen: $(x+10)\cdot 2 = 100 - 10$. Damit ergibt sich nach äquivalenten Umformungen: $x + 10 = (100 - 10) : 2 = 90 : 2 = 45$ und weiter $x = 45 - 10 = 35$. Der Schüler erzielte also 35 Punkte.

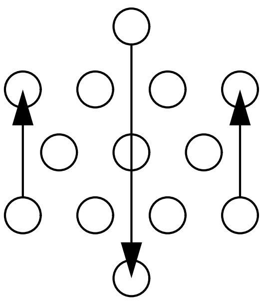
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030513:

Wenn alle drei Zahlen auf dieselbe Ziffer enden sollen, so heißt dies auch, daß das Produkt aus der letzten Ziffer (sie sei x genannt) mit sich selbst auf x enden muß. Mit der Forderung, daß x eine Ziffer ist, also $0 \leq x \leq 9$ gilt, kommen nur noch $x = 0$, $x = 1$, $x = 5$ und $x = 6$ in Frage. Für diese 4 Fälle wird nun das Produkt gebildet: $130 \cdot 70 = 9100$ ist vierstellig und somit keine Lösung; $131 \cdot 71 = 9301$ ist vierstellig und somit keine Lösung; $135 \cdot 75 = 10125$ hat nicht dieselbe Zehner- und Hunderterstelle; $136 \cdot 76 = 10336$ erfüllt alle Forderungen und ist somit einzige Lösung von Klaus' Multiplikationsaufgabe.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030514:



a) 3 Pfennige

b) siehe Abbildung

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

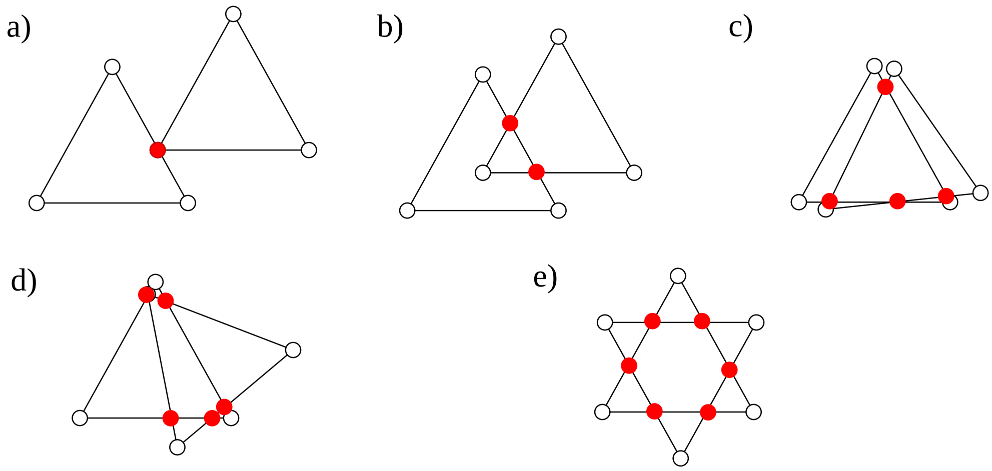
Lösung 030515:

a) Inge, Bärbel, Doris, Renate, Marga

b) Zur eindeutigen Angabe genügen 4 Verhältnisse: Bärbel ist älter als Inge, Doris ist älter als Bärbel, Renate ist älter als Doris und Renate ist jünger als Marga. Damit sind 6 weitere Angaben (die 1., 4., 5., 7., 8. und 9.) überflüssig.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030516:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel