1. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Saison 1961/1962

Aufgaben und Lösungen

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010711:

a) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2$, b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$, c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$, d) $\left(-\frac{4}{5}\right)^4$.

Ordne die Ergebnisse der Größe nach!

Aufgabe 010712:

Beim freiwilligen Kartoffeleinsatz trugen drei Gruppen von Schülern einer 7. Klasse einen kleinen Wettbewerb aus. Sie sammelten gemeinsam insgesamt 52 dt Kartoffeln. Dabei sammelte die zweite Gruppe $1\frac{1}{2}$mal soviel wie die erste, die dritte 3 dt Kartoffeln mehr als die erste.

Wieviel Dezitonnen Kartoffeln sammelte jede Gruppe?

Aufgabe 010713:

Im Unterrichtstag in der sozialistischen Produktion sägt ein Schüler ein Stück Vierkantstahl ab, das 475 p schwer ist. Am nächsten Tag wird ein Stück Vierkantstahl, dessen Abmessungen viermal so groß sind wie bei dem abgesägten Stück und das aus gleichem Material besteht, bearbeitet.

Wie schwer ist das Stück? Begründe die Antwort!

Aufgabe 010714:

Im vorigen Schuljahr meldete die „Berliner Zeitung“ folgende Ergebnisse des Berliner Schülerfußballturniers nach dem 2. Spieltag:

Ergebnisse:

12. Oberschule Treptow – Max-Kreuziger-Oberschule	1:0
4. Oberschule Köpenick – 8. Oberschule Lichtenberg	2:0

Tabellenstand:

Platz	Mannschaft	Punkte	Tore
1.	4. Oberschule Köpenick	2:2	2:1
2.	12. Oberschule Treptow	2:2	2:2
3.	Max-Kreuziger-Oberschule	2:2	1:1
4.	8. Oberschule Lichtenberg	2:2	2:3

Welche Ergebnisse gab es am ersten Spieltag?

Anmerkung: Für jeden Sieg gibt es 2 : 0 Punkte, für jedes unentschiedene Spiel 1 : 1 Punkte, für jede Niederlage 0 : 2 Punkte.

Aufgabe 010715:
Kann man ein Parallelogramm eindeutig konstruieren, wenn gegeben sind:

a) zwei benachbarte Seiten,

b) eine Seite und zwei anliegende Winkel,

c) beide Diagonalen,

d) eine Diagonale und die von den Diagonalen eingeschlossenen Winkel,

e) eine Diagonale und die zwei Winkel, in die der entsprechende Winkel des Parallelogramms von der Diagonalen geteilt wird?

Durch wieviel Stücke wird ein Parallelogramm eindeutig bestimmt? Nenne 3 Beispiele!

Aufgabe 010716:
Konstruiere ein beliebiges Quadrat! Konstruiere dann

a) ein Quadrat mit der doppelten Fläche,

b) ein Quadrat mit der halben Fläche

des Ausgangsquadrates! Begründe die Konstruktion!

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 010711:
Die Ergebnisse sind in absteigender Reihenfolge:

a) $\frac{25}{36}$, b) $\frac{9}{16}$, d) $\frac{256}{625}$, c) $-\frac{32}{243}$.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 010712:
Zusammen sammelten die drei Gruppen also 1 mal + $1\frac{1}{2}$ mal + 1 mal soviel wie die erste allein plus 3 dt zusätzlich. $3\frac{1}{2}$mal der Ertrag der ersten ist also gleich $(52 - 3)$ dt $= 49$ dt. Das bedeutet, dass die erste Gruppe 14 dt Kartoffeln aufgesammelt hat, für die zweite folgt daraus 21 dt und für die dritte 17 dt.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 010713:
Das Volumen steigt proportional mit jeder Abmessung; da es drei mögliche Abmessungen gibt, hat das neue Stück ein $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$mal so großes Volumen. Das Gewicht verhält sich (bei gleichem Material) wie das Volumen, daher ist das neue Gewicht 30 400 p.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 010714:
Da die 12. Oberschule und die 4. Oberschule am 2. Spieltag gewonnen und damit 2 : 0 Punkte bekommen haben, müssen die Max-Kreuziger-OS und die 8. Oberschule gemäß der Tabelle am 1. Spieltag je 2 : 0 Punkte geholt, d.h. gewonnen haben. Diese beiden haben also nicht gegeneinander gespielt. Die Max-Kreuziger-OS muss also die 4. Oberschule Köpenick mit 1 : 0 geschlagen haben beim gegebenen Torverhältnis, während die 8. Oberschule Lichtenberg die 12. Oberschule Treptow mit 2 : 1 besiegt hat.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 010715:

a) Nein, da man z.B. sowohl ein Rechteck daraus konstruieren kann wie auch ein Parallelogramm mit beliebigem Winkel zwischen den gegebenen Seiten.

b) Nein, da die Länge der anderen Seite noch frei wählbar ist.

c) Nein, da der Winkel zwischen den beiden Diagonalen noch frei wählbar ist.

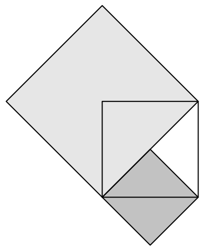
d) Nein, da die Länge der zweiten Diagonale noch frei wählbar ist.

e) Ja. *Konstruktion:* Länge der Diagonalen auf einer Geraden abtragen, an beiden Endpunkten die gegebenen Winkel antragen (Wechselwinkel). Die Seiten des Parallelogramms liegen auf den so entstandenen Schenkeln.

Ein Parallelogramm wird durch drei Stücke eindeutig bestimmt, wenn diese nicht durch Beziehungen wie z.B. dem Stufen- oder Wechselwinkelsatz in Verbindung stehen. Man kann sich ein Parallelogramm als zwei aneinander gelegte kongruente Dreiecke vorstellen. Jede Angabe von Stücken, die ein Dreieck eindeutig festlegt, erzeugt damit auch ein Parallelogramm.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 010716:



Für das neue Quadrat in a) nehme man die Diagonale des ersten als Kantenlänge (im Bild das hellere Quadrat), in b) nehme man die Hälfte der Diagonale (das dunklere Quadrat).

Beweis zu a): Wenn man das neue Quadrat direkt an die Diagonale des alten konstruiert, sieht man, dass die überdeckte Hälfte des alten Quadrates genau einem Viertel des neuen entspricht. Bei b) tauschen das alte und das neue Quadrat die Rollen.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Quellenverzeichnis

(14) "a+b = b+a" - Heft 60, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 7 - Dokumentation I.-XVII. Olympiade (1961-1978), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1978.