1. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1961/1962

Aufgaben und Lösungen

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010611:

a) $9\frac{4}{15} \cdot \frac{138}{139}$,

b) $3\,451\frac{23}{35} - 2\,868\frac{24}{49}$.

Aufgabe 010612:

Bei den im Oktober 1961 durchgeführten sowjetischen Raketenversuchen lagen bei einer Zielentfernung von etwa 12 500 km alle Treffer innerhalb eines Kreises, dessen Radius kleiner als 1 km war.

Wie groß wäre der Radius des Trefferkreises bei einem Schüler, der mit gleicher Treffsicherheit auf ein 25 m entferntes Ziel einen Schlagball werfen würde?

Aufgabe 010613:

Ein „Trabant“ fährt bei einem Kilometerzählerstand von 17 880 km los. Nach der Rückkehr steht sein Kilometerzähler auf 18 030 km. Der Benzinverbrauch betrug 10,5 Liter.

a) Wieviel Kilometer hat der „Trabant“ zurückgelegt?

b) Wieviel Liter Treibstoff muß der Fahrer tanken, wenn er eine Strecke von 350 km fahren will?

Aufgabe 010614:

Kann eine Summe von vier beliebigen, aber aufeinanderfolgenden natürlichen (positiven ganzen) Zahlen (z. B. 11, 12, 13, 14 oder 27, 28, 29, 30) eine Primzahl sein? Begründe die Antwort!

Aufgabe 010615:

Wieviel verschiedene Arten von Personenzug-Fahrkarten II. Klasse braucht man für eine Strecke mit 15 Stationen, wenn es für jede mögliche Verbindung eine Fahrkarte geben soll? Wie hast du die Anzahl ermittelt?

Aufgabe 010616:

Zeichne zwei Nebenwinkel und konstruiere ihre Winkelhalbierenden. Was für einen Winkel bilden die Winkelhalbierenden? Begründe deine Antwort!

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 010611:

a) $9\frac{4}{15} \cdot \frac{138}{139} = \frac{9\cdot15+4}{15} \cdot \frac{138}{139} = \frac{139}{15} \cdot \frac{138}{139} = \frac{138}{15} = \frac{9\cdot15+3}{15} = 9\frac{1}{5}$,

b) $3\,451\frac{23}{35} - 2\,868\frac{24}{49} = 3\,451 + \frac{23}{5\cdot7} - 2\,868 - \frac{24}{7\cdot7} = 3\,451 - 2\,868 + \frac{23\cdot7-24\cdot5}{5\cdot7\cdot7} = 583\frac{41}{245}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010612:
Die Treffsicherheit ist hier das Verhältnis zwischen dem Radius des Trefferkreises und der Entfernung des Zieles. Diese ist in beiden Fällen gleich, so dass es genügt, das unbekannte Verhältnis als $x : 25$ m darzustellen und mit dem bekannten Verhältnis 1 km : 12 500 km gleichzusetzen. Auflösen führt auf: $x = 25\text{ m} \cdot 1\text{ km}/12\,500\text{ km} = 0{,}002\text{ m} = 2\text{ mm}$. Man beachte, dass sich die Einheit km kürzt.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010613:

a) Die zurückgelegte Strecke ist die Differenz der Zählerstände, also 18 030 km − 17 880 km = 150 km.

b) Der Benzinverbrauch für verschiedene Strecken steht in demselben Verhältnis wie die Länge der Strecken. Daher $x : 10{,}5\text{ l} = 350\text{ km} : 150\text{ km}$, also $x = 24{,}5$ l.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

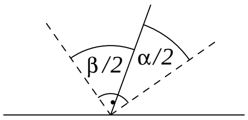
Lösung 010614:
Unter den vier Zahlen befinden sich stets zwei gerade und zwei ungerade. Die Summe zweier ungerader Zahlen ist gerade, bei der Addition gerader Zahlen bleibt diese Eigenschaft unberührt. Da die Primzahlen, die ausreichend groß sind um Summe von vier natürlichen Zahlen zu sein, stets ungerade sind, kann die Summe vier aufeinander folgender natürlicher Zahlen keine Primzahl sein.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010615:
Von jeder Station aus kann man 14 andere Stationen erreichen. Also braucht man $15 \cdot 14 = 210$ Fahrkarten. Dabei wurde angenommen, daß die beiden entgegengesetzten Fahrtrichtungen zwischen zwei Orten verschiedene Verbindungen sind.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010616:



Die Nebenwinkel seien α und β. Für sie gilt also $\alpha+\beta = 180°$. Die Winkel zwischen den Winkelhalbierenden und einem gemeinsamen Schenkel sind also $\alpha/2$ bzw. $\beta/2$. Der Winkel zwischen den Halbierenden beträgt also: $\alpha/2 + \beta/2 = (\alpha + \beta)/2 = 90°$, d. h. die beiden bilden einen rechten Winkel.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier