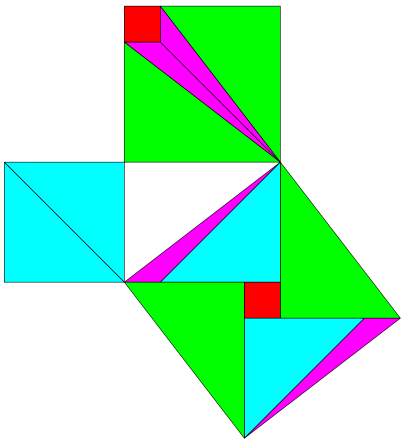
1. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1961/1962

Aufgaben und Lösungen



1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010521:

Im Jahre 1961 wurden in der DDR 70 000 t Schlachtvieh und Geflügel, 115 000 t Milch und 300 000 000 Eier mehr auf den Markt gebracht als im Jahre 1960. Die Einwohnerzahl unserer Republik beträgt rund 17 000 000. Wieviel Schlachtvieh und Geflügel, wieviel Milch und wieviel Eier konnte jeder Bürger unserer Republik im Jahre 1961 zusätzlich verbrauchen? Runde auf volle Kilogramm bzw. volle Stückzahlen!

Aufgabe 010522:

Bei einem Probeflug von Moskau zur sowjetischen Südpolar-Beobachtungsstation Mirny über insgesamt 25 300 km legte ein Flugzeug vom Typ „IL 18“ die letzten 6 700 km in zwei Etappen zurück. Dabei war die erste Etappe um rund 1 700 km länger als die zweite. Wieviel Kilometer betrugen die beiden Etappen?

Aufgabe 010523:

Jemand behauptet, er könne 30 Äpfel so unter 3 Kinder (ungleichmäßig) verteilen, daß jedes Kind eine ungerade Anzahl Äpfel erhält. Ist das möglich? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 010524:

Aus einem Holzbrettchen von der Länge $a = 60$ cm und der Breite $b = 15$ cm sollen 12 kleine Brettchen von der Größe 5 cm mal 15 cm ausgesägt werden. Lutz bemüht sich, mit möglichst wenig Sägeschnitten auszukommen. Wieviel Schnitte muß er mindestens durchführen? (Das Sägen „im Paket“ soll dabei nicht gestattet sein.) Wieviel Zentimeter beträgt der Sägeweg?

Aufgabe 010525:

Zeichne ein beliebiges Dreieck und nenne seine Winkel α, β und γ! Konstruiere mit Zirkel und Lineal außerhalb des Dreiecks den Winkel $\alpha + \beta + \gamma$! Wie groß ist der konstruierte Winkel vermutlich?

1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 010521:

Schlachtvieh und Geflügel: $70\,000\text{ t}/17\,000\,000 = 70\,000\,000\text{ kg}/17\,000\,000 = 70\text{ kg}/17 \approx 4\text{ kg}$;
Milch: $115\,000\text{ t}/17\,000\,000 = 115\,000\,000\text{ kg}/17\,000\,000 = 115\text{ kg}/17 \approx 7\text{ kg}$;
Eier: $300\,000\,000$ Stück$/17\,000\,000 = 300$ Stück$/17 \approx 18$ Stück.
Jeder Bürger konnte im Jahre 1961 durchschnittlich rund 4 kg Schlachtvieh und Geflügel, rund 7 kg Milch und rund 18 Eier mehr verbrauchen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010522:

Es sei E_1 die Länge der ersten Etappe und E_2 die Länge der zweiten Etappe. Dann folgen aus dem Text der Aufgabenstellung die Gleichungen

$$E_1 + E_2 = 6\,700\text{ km}, \qquad E_1 = E_2 + 1\,700\text{ km}.$$

Setzt man die zweite Gleichung in die erste ein, so erhält man: $(E_2 + 1\,700\text{ km}) + E_2 = 6\,700\text{ km}$, $2 \cdot E_2 = 5\,000\text{ km}$, $E_2 = 2\,500\text{ km}$, $E_1 = 2\,500\text{ km} + 1\,700\text{ km} = 4\,200\text{ km}$.
Die erste Etappe betrug 4 200 km und die zweite 2 500 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

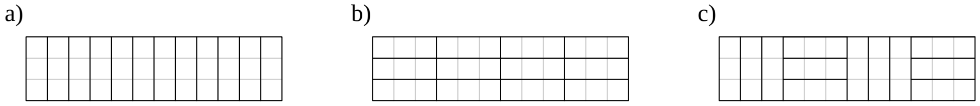
Lösung 010523:

Eine ungerade Zahl kann allgemein geschrieben werden als $2 \cdot n + 1$. In diesem Fall soll 30 die Summe dreier ungerader Zahlen sein, also $30 = (2 \cdot n_1 + 1) + (2 \cdot n_2 + 1) + (2 \cdot n_3 + 1)$. Dies kann umgeformt werden zu $27 = 2 \cdot (n_1 + n_2 + n_3)$. Diese Gleichung ist aber für natürliche Zahlen n_1, n_2 und n_3 nicht lösbar, da 27 eine ungerade Zahl ist und auf der rechten Seite der Gleichung wegen des Faktors 2 stets eine gerade Zahl steht. Damit ist es nicht möglich, die Äpfel wie verlangt zwischen den Kindern zu verteilen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010524:

Egal, wie Lutz die Schnitte ausführt, es sind immer 11 Schnitte. In Bild a) wird 11mal vertikal gesägt, in Bild b) zweimal horizontal und anschließend 9mal vertikal (oder dreimal vertikal und dann 8mal horizontal),



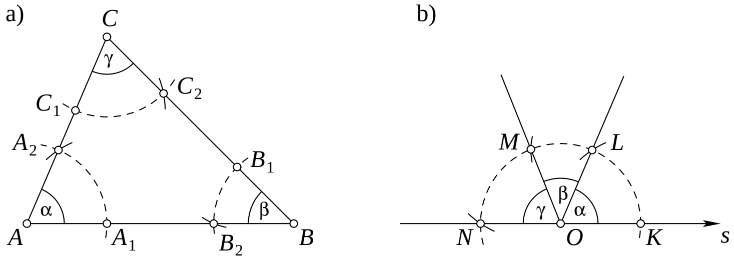
schließlich in Bild c) abwechselnd vertikal und horizontal, und zwar dreimal, zweimal, viermal und zweimal.

Der gesamte Sägeweg beträgt in allen Fällen 165 cm.

Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht

Lösung 010525:

Bild a) zeigt das Dreieck ABC mit den Innenwinkeln α, β und γ. Um den Winkel $\alpha+\beta+\gamma$ zu konstruieren, suchen wir uns einen beliebigen Punkt O (Bild b) und zeichnen ausgehend von O mit dem Lineal einen beliebigen Strahl s. Nun werden nacheinander die drei Winkel an s abgetragen. Dies geschieht wie folgt: Im gegebenen Dreieck (Bild a) schlagen wir mit einem beliebigen, aber festen Radius um jeden Eckpunkt



Kreisbögen, die die Seiten des Dreiecks in den Punkten A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 und C_2 schneiden. Mit demselben Radius schlagen wir um O (Bild b) einen Kreisbogen, der den Strahl s in K schneiden möge. Auf diesem Kreisbogen werden nun ausgehend von K nacheinander mit dem Zirkel die Entfernungen $A_1A_2 = KL$, $B_1B_2 = LM$ und $C_1C_2 = MN$ abgetragen. Wenn wir sauber genug gearbeitet haben, sehen wir, dass N, O und K auf einer Geraden liegen. Der Winkel $\alpha + \beta + \gamma$ ist also vermutlich ein Gestreckter und beträgt somit 180°.

Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht