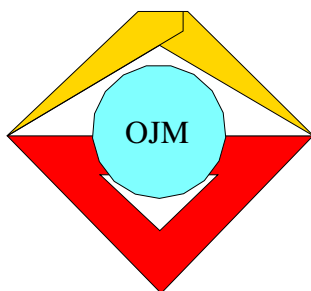




33. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Saison 1993/1994

Aufgaben





33. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulrunde) Klasse 8 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 330811:

Nach dem Kauf eines neuen Autos muß man bekanntlich im Lauf der Zeit mit einem Wertverlust rechnen. Für diesen Wertverlust seien im Lauf des ersten Jahres 20%, im zweiten Jahr weitere 15% und im dritten Jahr nochmals weitere 15% gerechnet, wobei alle diese Prozentangaben vom ursprünglichen Kaufpreis verstanden werden. Der jeweils entstehende verminderte Wert wird als Zeitwert bezeichnet.

- Frau Grübler bezahlte für ihren Neuwagen 23 800 DM. Berechne den Zeitwert nach zwei Jahren!
- Herr Bauer will sein Auto nach drei Jahren verkaufen. Zu diesem Zeitpunkt würde der Zeitwert des Wagens 16 200 DM betragen. Um 10% dieses Wertes verringert sich jedoch aufgrund eines Unfalls der Zeitwert nochmals.

Wieviel Prozent des ursprünglichen Kaufpreises beträgt nun der so entstandene verringerte Zeitwert?

- Herr Neumann kauft ein neues Auto für 43 000 DM. Er möchte den Wagen nach vier Jahren zum Zeitwert verkaufen, den er als 18 275 DM annimmt.

Welchen Prozentsatz (vom ursprünglichen Kaufpreis) hat er dabei für den Wertverlust im vierten Jahr zugrundegelegt?

Aufgabe 330812:

Ermittle alle Möglichkeiten, die leeren Felder im folgenden Rechenschema so durch Ziffern zu ersetzen, daß eine richtig gerechnete Multiplikationsaufgabe entsteht!

$$\begin{array}{r}
 \boxed{}\boxed{8}\boxed{} \quad \boxed{4}\boxed{}\boxed{2} \\
 \hline
 \phantom{\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}} \quad \boxed{7}\boxed{}\boxed{} \\
 \phantom{\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}} \quad \boxed{3}\boxed{}\boxed{} \\
 \phantom{\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}} \quad \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \\
 \hline
 \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{0}
 \end{array}$$

Aufgabe 330813:

Sebastian betrachtet eine dreistellige natürliche Zahl und stellt fest:

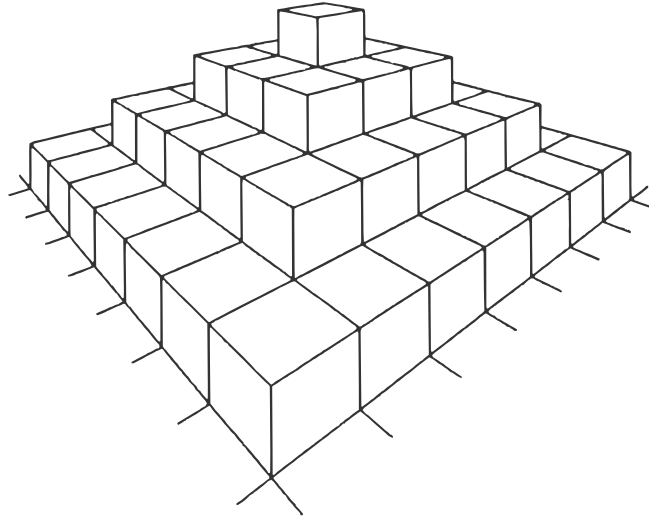
- Setzt man vor diese dreistellige Zahl eine Ziffer 5, so ist die entstandene vierstellige Zahl eine Quadratzahl.
- Hängt man aber an die (ursprüngliche dreistellige) Zahl eine Ziffer 1 an, so ist die entstandene vierstellige Zahl ebenfalls eine Quadratzahl.

Weise nach, daß es genau eine dreistellige Zahl gibt, mit der die Bedingungen (1) und (2) erfüllt werden; ermittle diese Zahl!



Aufgabe 330814:

Ria baut aus Würfeln der Kantenlänge 2 cm einen pyramiden-artigen Körper. Er besteht aus Schichten, die jeweils eine Quadratfläche vollständig bedecken. Die Abbildung zeigt das Prinzip seines Aufbaues. Die Gesamthöhe dieses Körpers beträgt 10 cm.



Als "Sichtfläche" eines aus Würfeln zusammengesetzten Körpers sei die Gesamtheit aller von oben oder von den Seiten sichtbaren Teilflächen des Körpers verstanden. Zu dieser "Sichtfläche" gehören also keine Flächen, die - wie die Grundfläche des von Ria gebauten Körpers - nur von unten zugänglich sind.

- a) Aus wieviel Würfeln besteht dieser Körper?
- b) Ria streicht die "Sichtfläche" dieses Körpers farbig an.
In wievielen der Würfel sind dann sechs, fünf, vier, drei bzw. zwei Flächen, eine bzw. keine Fläche farbig angestrichen?
- c) Beate entfernt eine Anzahl derjenigen Teilwürfel, die mindestens eine farbig angestrichene Fläche haben. Sie wählt diese Teilwürfel so, daß der übrigbleibende Körper eine ebenso große "Sichtfläche" hat wie der ursprüngliche Körper. Unter Einhaltung dieser Bedingung wählt Beate die Anzahl der zu entfernenden Teilwürfel aber möglichst groß. Wie groß ist diese Anzahl?
- d) An dem von Beate übriggelassenen Körper streicht Ria von neuem dessen "Sichtfläche" farbig an. Danach entfernt wiederum Beate nach denselben Bedingungen wie in c) eine möglichst große Anzahl von Teilwürfeln mit je mindestens einer farbigen Fläche. Wie groß ist diese Anzahl?

Hinweis: Zu b),c),d) werden nur Beschreibungen (gegebenenfalls auch Skizzen), aber keine Begründungen verlangt.

Anregung: Läßt sich die in c), d) begonnene Abfolge von Teilaufgaben noch sinngemäß fortsetzen?