32. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 9
Saison 1992/1993

Aufgaben

32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320911:

Anne rechnet mit einem einfachen Taschenrechner. Als Ergebnis der Aufgabe $1 : 13$ erhält sie die mit 6 Stellen nach dem Dezimalpunkt gezeigte Zahl 0.076923.

Britta meint: "Man kann den wahren Dezimalbruch finden, ohne das bekannte schriftliche Divisionsverfahren noch einmal von vorn zu beginnen; man braucht nur noch eine einfache Rechnung, z.B. mit diesem Taschenrechner, durchzuführen und muß dann ein wenig überlegen."

Wie kann eine solche Rechnung und Überlegung verlaufen?

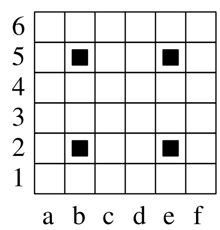
Aufgabe 320912:

Drei natürliche Zahlen a, b, c mit $0 < a \leq b < c$, für die die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, nennt man ein Pythagoreisches Zahlentripel.

Man beweise: In jedem Pythagoreischen Zahlentripel a, b, c muß $a \neq 1$ sein.

Aufgabe 320913:

Auf einem 6×6-Felder-Brett (siehe Abbildung) sind die Felder b2, b5, e2 und e5 besetzt, die anderen Felder sind frei. Ein Springer des Schachspiels soll (in seiner Gangart) so geführt werden, daß er jedes freie Feld genau einmal erreicht.



a) Geben Sie einen solchen Weg an, der auf a1 beginnt und auf f1 endet!

b) Geben Sie einen solchen Weg an, der auf einem Feld endet, von dem aus das Anfangsfeld des Weges mit einem einzigen Springerzug erreichbar ist!

c) Besetzen Sie nun vier andere Felder des Brettes so, daß es für den Springer keinen Weg gibt, der jedes freie Feld genau einmal erreicht! Begründen Sie, daß es (bei Ihrer Wahl besetzter Felder) keinen solchen Weg gibt!

Aufgabe 320914:

Über jeder Seite eines spitzwinkligen Dreiecks ABC werde nach außen dasjenige gleichschenklige Dreieck errichtet, dessen Basis die betreffende Seite von ABC ist und dessen Winkel an der Spitze ebenso groß ist wie der im Dreieck ABC der genannten Seite gegenüberliegende Innenwinkel.

Beweisen Sie, daß sich die Umkreise der drei so konstruierten neuen Dreiecke in einem Punkt schneiden!

Hinweis: Es darf ohne Beweis verwendet werden: Je zwei dieser drei Umkreise schneiden sich außer in einem Eckpunkt des Dreiecks ABC noch ein zweites Mal im Innern des Dreiecks ABC.