



31. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Saison 1991/1992

Aufgaben





31. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 310931:

Denkt man sich an jede Ecke eines räumlichen Körpers eine Zahl geschrieben, so bezeichnen wir für jede Seitenfläche dieses Körpers als "Flächensumme" dieser Seitenfläche die Summe aus den Zahlen, die an die Ecken dieser Seitenfläche geschrieben werden.

Untersuchen Sie, ob es möglich ist, an die Ecken eines Oktaeders die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 in einer solchen Reihenfolge zu schreiben, daß alle acht Flächensummen des Oktaeders einander gleich sind!

Aufgabe 310932:

In einer Sammlung von Kuriositäten soll sich ein Gefäß mit folgender Aufschrift befunden haben:

Fünf Strich Zwei Null als Maß passt in mich, nach der ersten Ziffer lies "durch" für den Strich!
Oder dreh' um, Null Zwei Fünf findest du, nach der ersten Ziffer ein Komma füg' zu!

In der Tat ist $\frac{5}{20} = 0,25$.

Gibt es noch andere Zusammenstellungen von drei Ziffern, bei denen die Vorschrift, in gleicher bzw. in umgekehrter Reihenfolge jeweils nach der ersten Ziffer den Divisionsstrich bzw. das Dezimalkomma zu schreiben, auf zwei einander gleiche Zahlenwerte führt?

Aufgabe 310933:

- Silke behauptet: Für jede natürliche Zahl $k \geq 2$ und jedes Dreieck ABC ist es möglich, die Fläche dieses Dreiecks durch geradlinige Schnitte in k^2 einander kongruente, zu ABC ähnliche Dreiecke zu zerlegen.
- Hanka behauptet: Für jede natürliche Zahl $k \geq 2$ und jedes konvexe n -Eck $A_1A_2A_3\dots A_n$ ($n > 3$) ist es möglich, die Fläche dieses n -Ecks durch geradlinige Schnitte in eine Anzahl t von Teilflächen zu zerlegen, aus denen sich k^2 einander kongruente, zu $A_1A_2A_3\dots A_n$ ähnliche n -Ecke zusammensetzen lassen, wobei zum Zusammensetzen jede der t Teilflächen nur einmal verwendet wird und keine übrigbleibt.

Untersuchen Sie, ob a) Silkes, b) Hankas Behauptung wahr ist!

Hinweis: Eine Fläche F heißt genau dann konvex, wenn jede Strecke, deren Eckpunkte in F liegen, ganz in F liegt.



Aufgabe 310934:

Es sei ABC ein gleichseitiges Dreieck. Auf der Verlängerung von BA über A hinaus liege ein Punkt D , auf der Verlängerung CB über B hinaus ein Punkt E , und auf der Verlängerung von AC über C hinaus liege ein Punkt F . Ferner werde vorausgesetzt, daß das Dreieck DEF gleichseitig sei.

Man beweise, daß aus diesen Voraussetzungen stets $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ folgt.

Aufgabe 310935:

Man ermittle und zeichne in einem x, y -Koordinatensystem alle diejenigen Punkte, deren Koordinaten $(x; y)$ die Gleichung $|x + y| + |x - y| = 4$ erfüllen.

Aufgabe 310936:

Für die Reihenfolge, in der sich die neun Buchstaben $A, B, C, D, E, F, G, H, J$ von links nach rechts anordnen lassen, seien die folgenden sieben Bedingungen gefordert: Es soll

- A links von B ,
- A links von C ,
- A links von D ,
- E links von F ,
- E links von G ,
- E links von H ,
- E links von J

stehen. Wieviele verschiedene Reihenfolgen, bei denen diese sieben Bedingungen erfüllt sind, gibt es insgesamt?

Hinweise:

In jeder der genannten Reihenfolgen soll jeder der neun Buchstaben genau einmal vorkommen.

Die Formulierung "X links von Y" schließt nicht aus, daß zwischen X und Y noch andere der Buchstaben stehen.