31. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Saison 1991/1992

Aufgaben

31. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 310721:

Matthias, Thomas, Frank und Sven haben im Hof bei den Wohnhäusern Fußball gespielt. Eine Fensterscheibe ging zu Bruch; genau einer der vier Jungen hat sie mit seinem mißglückten Torschuß zerschlagen. Sie machen nun folgende Aussagen:

Matthias: Es war Thomas oder Frank, der die Scheibe zerschlug.

Thomas: Ich war es nicht.

Frank: Ich auch nicht.

Sven: Frank hat es getan.

Rolf, der alles beobachtet hat, stellt fest, daß mindestens drei dieser vier Aussagen wahr sind.

Untersuche, ob durch Rolfs Feststellung, wenn sie wahr ist, eindeutig bestimmt ist, wer die Scheibe zerschlug! Wenn das der Fall ist, ermittle diesen Täter!

Aufgabe 310722:

Susann will die Summe s aller derjenigen vierstelligen natürlich Zahlen berechnen, die durch 4 teilbar sind. Tamara ermittelt die Summe t aller derjenigen vierstelligen natürlichen Zahlen, die durch 2, aber nicht durch 4 teilbar sind.

a) Sind s und t einander gleich oder, wenn nicht, welche der beiden Zahlen ist die größere?

b) Welchen Betrag hat die Differenz zwischen s und t?

Begründe deine Antworten!

Aufgabe 310723:

a) Zeichne ein Parallelogramm $ABCD$, in dem die Seitenlängen $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\,\text{cm}$ betragen und der Winkel $\sphericalangle BAD$ die Größe $\alpha = 50°$ hat!

Errichte über den Seiten AD und DC die Quadrate $ADPQ$ und $DCRS$ so, daß diese Quadratflächen vollständig außerhalb der Parallelogrammfläche liegen!

b) Beweise, daß für jedes Parallelogramm $ABCD$, bei dem $\sphericalangle BAD$ kleiner als 90° ist, nach dem Konstruieren solcher Quadrate die Strecken BQ und BR einander gleichlang sind und aufeinander senkrecht stehen!

Aufgabe 310724:

a) Konstruiere ein Fünfeck $ABCDE$, in dem die Seitenlängen

$$\overline{AB} = 50\,\text{mm}, \qquad \overline{BC} = 45\,\text{mm}, \qquad \overline{AE} = 54\,\text{mm}$$

betragen und die Innenwinkel $\sphericalangle BAE$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$, $\sphericalangle AED$ in dieser Reihenfolge die Größen $\alpha = 100°$, $\beta = 110°$, $\gamma = 106°$, $\epsilon = 114°$ haben!

b) Konstruiere nun zwei Punkte F und G, die so auf der Geraden durch A und B liegen, daß das Dreieck FGD denselben Flächeninhalt wie das Fünfeck $ABCDE$ hat!

Beschreibe deine Konstruktion der Punkte F und G!

Beweise, daß von den nach deiner Beschreibung konstruierten Punkten die geforderten Bedingungen erfüllt werden!