# 30. Mathematik Olympiade
# 1. Stufe (Schulrunde)
# Klasse 12
# Saison 1990/1991

Aufgaben

# 30. Mathematik-Olympiade
## 1. Stufe (Schulrunde)
## Klasse 12
## Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 301211:
Man untersuche, ob es natürliche Zahlen $a$, $b$, $c$, $d$ gibt, für die die folgenden beiden Bedingungen (1) und (2) gelten:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d = 111\,111\,111\,111, \tag{1}$$
$$a + b + c + d < 11\,111. \tag{2}$$

Falls das zutrifft, gebe man solche Zahlen an.

Aufgabe 301212:
Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen $a$, für die die Gleichung

$$3x^2 + ax - 2 = 0 \tag{1}$$

zwei reelle Lösungen besitzt, die, wenn man sie in geeignet gewählter Reihenfolge mit $x_1$ und $x_2$ bezeichnet, der Bedingung

$$6x_1 + x_2 = 0 \tag{2}$$

genügen.

Aufgabe 301213:
Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen $x$, für die die beiden folgenden Gleichungen (1) und (2) gelten:

$$3x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0, \tag{1}$$
$$3x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0. \tag{2}$$

Aufgabe 301214:
In jedem Dreieck $ABC$ seien die Seitenlängen wie üblich mit $a$, $b$, $c$ bezeichnet. Die Winkelhalbierende von $\sphericalangle CAB$ schneide die Seite $BC$ in einem Punkt $D$.

Man beweise, daß in jedem Dreieck für die Länge $w$ der Strecke $AD$ gilt:

$$w = \frac{\sqrt{bc}}{b+c}\sqrt{(b+c)^2 - a^2}.$$