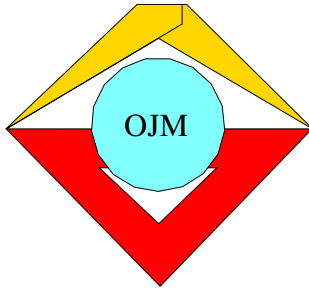




30. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionale)
Klasse 9
Saison 1990/1991

Aufgaben





30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 300921:

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen $x \neq 3$, für die die folgende Ungleichung (1) gilt!

$$\frac{2}{x-3} + \frac{1}{2} < \frac{5}{x-3} - \frac{1}{10}. \quad (1)$$

Aufgabe 300922:

Man untersuche, ob es ein Rechteck $ABCD$ mit einander gegenüberliegenden Ecken A und C gibt, bei dem im Dreieck ABC die Winkelhalbierende des Innenwinkels $\sphericalangle ACB$ die Seite AB in deren Mittelpunkt schneidet.

Aufgabe 300923:

- Wie viele dreistellige natürliche Zahlen, bei denen (wie z.B. 921) die Zehnerziffer größer als die Einerziffer, aber kleiner als die Hunderterziffer ist, gibt es insgesamt?
- Wie viele sechstellige Zahlen insgesamt lassen sich dadurch herstellen, daß man zwei verschiedene der unter a) beschriebenen Zahlen auswählt und die größere dieser beiden Zahlen hinter die kleinere schreibt?
- Die kleinste unter allen denjenigen in b) beschriebenen sechststelligen Zahlen, bei denen die zweite der genannten dreistelligen Zahlen genau um 1 größer ist als die erste, ist die Telefonnummer des Senders Potsdam. Wie lautet sie?

Aufgabe 300924:

Für jede natürliche Zahl $m \geq 2$ sei folgendes Vorhaben betrachtet:

Jemand möchte m verschiedene von einem Punkt P ausgehende Strahlen zeichnen. Dann möchte er alle diejenigen Winkelgrößen zwischen 0° und 360° feststellen, die bei Messung eines Winkels jeweils von einem dieser Strahlen in mathematisch positivem Drehsinn zu einem anderen dieser Strahlen auftreten können.

Er möchte die m Strahlen so zeichnen, daß sich dabei

- möglichst wenige,
- möglichst viele

verschiedene Winkelgrößen feststellen lassen.

Ermitteln Sie in Abhängigkeit von m die kleinst- bzw. größtmögliche Anzahl verschiedener Winkelgrößen, die so erreichbar sind!