



30. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 8
Saison 1990/1991

Aufgaben





30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 300821:

In einem Garten stehen zwei Fässer mit Wasser. Jörg gießt aus dem ersten Faß so viele Liter Wasser in das zweite Faß, wie dort bereits enthalten sind. Anschließend gießt er aus dem zweiten Faß so viele Liter Wasser in das erste, wie sich dort nach dem vorigen Umgießen befinden. Nach diesen beiden Umfüllvorgängen befinden sich in jedem der beiden Fässer genau je 24 Liter Wasser.

Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig folgt, wie viele Liter Wasser sich anfangs in jedem der beiden Fässer befanden! Ist dies der Fall, so gib diese beiden Literzahlen an!

Aufgabe 300822:

Ein Rechteck, dessen Seitenlängen sich wie $1 : 2$ zueinander verhalten, soll in acht einander kongruente gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden.

- Zeichne und beschreibe eine solche Zerlegung! Begründe, warum die nach deiner Beschreibung entstehenden acht Dreiecke gleichschenkelig-rechtwinklig und einander kongruent sind!
- Ermittle die Länge eines Schenkels dieser Dreiecke in Abhängigkeit von der kleineren der beiden Seitenlängen des Rechtecks!

Aufgabe 300823:

Jemand möchte in einer Ebene eine Anzahl n von Punkten zeichnen. Sie sollen so gewählt werden, daß keine drei dieser Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Anschließend will er Dreiecke suchen, deren sämtliche drei Ecken zu den gezeichneten n Punkten gehören.

Ermittle die kleinste Anzahl n solcher Punkte, für die es möglich ist, 120 verschiedene derartige Dreiecke zu finden!

Aufgabe 300824:

Man denke sich die Zahlen $1, 2, 3, 4, \dots, 99\,999$ derart hintereinander aufgeschrieben, daß die Zifferndarstellung einer Zahl z entsteht.

Der Beginn dieser Darstellung lautet $z = 123456789101112131415\dots$; beispielsweise an der elften Stelle steht die Ziffer 0, die Ziffer 2 tritt z.B. an der zweiten Stelle, an der 15ten Stelle und noch an weiteren Stellen von z auf.

Welche Ziffer steht an der 206788sten Stelle von z ?