# 30. Mathematik Olympiade
# 1. Stufe (Schulrunde)
# Klasse 7
# Saison 1990/1991

Aufgaben

# 30. Mathematik-Olympiade
# 1. Stufe (Schulrunde)
# Klasse 7
# Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300711:

Während eines mathematischen Spielnachmittages wurden alle Mitspieler vom Spielleiter aufgefordert, in eine Hand eine gerade Anzahl und in die andere Hand eine ungerade Anzahl von Hölzchen zu nehmen. Anschließend erhielt jeder Mitspieler die Aufgabe, die Anzahl der Hölzchen in seiner rechten Hand mit 2 zu multiplizieren und das entstandene Produkt zur Anzahl der Hölzchen in seiner Hand zu addieren.

Jedesmal, wenn ein Spieler die so gebildete Summe dem Spielleiter mitteilte, war dieser in der Lage, zutreffend zu sagen, ob der Mitspieler eine gerade Anzahl von Hölzchen in seiner rechten oder in seiner linken Hand hatte.

Wie war das möglich?

Aufgabe 300712:

Fünf Schüler der Klasse 7$a$ sammelten Altpapier. Von der Menge, die sie insgesamt zusammenbrachten, hatte Marco ein Viertel, Frank ein Sechstel, Matthias ein Fünftel und Steffen ein Zehntel beigetragen. Dirk hatte 2 kg mehr als Marco gesammelt.

a) Wieviel Kilogramm Altpapier hatte jeder dieser fünf Schüler beigetragen?

b) Welcher Betrag wurde für die von den fünf Schülern insgesamt abgelieferte Papiermenge bezahlt, wenn für jedes Kilogramm 30 Pfennig bezahlt wurden?

Aufgabe 300713:

Von drei Geraden wird vorausgesetzt, daß sie durch einen Punkt $C$ gehen. Von einer vierten Geraden wird vorausgesetzt, daß sie nicht durch $C$ geht und die drei anderen Geraden in Punkten $A$, $B$, $D$ schneidet, wobei $B$ zwischen $A$ und $D$ liegt. Auf der Geraden durch $A$ und $C$ liege ein Punkt $E$ so, daß $C$ zwischen $A$ und $E$ liegt. Weiter wird vorausgesetzt, daß die Winkel $\sphericalangle ECD$ und $\sphericalangle ABC$ einander gleich groß sind.

a) Zeichne vier Geraden und dazu Punkte $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ so, daß diese Voraussetzungen erfüllt sind!

b) Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets die Winkel $\sphericalangle BCD$ und $\sphericalangle BAC$ einander gleich groß sein müssen!

Aufgabe 300714:

In jedem Dreieck beträgt bekanntlich die Innenwinkelsumme 180° in jedem Viereck 360°.

a) Zeichne je ein Fünfeck, ein Sechseck und ein Siebeneck! Miß die Innenwinkel und berechne jeweils die Innenwinkelsumme! Was vermutest du?

b) Beweise deine Vermutung für jedes Fünfeck, Sechseck und Siebeneck!

c) Versuche eine Formel zu finden und zu beweisen, die für jede natürliche Zahl $n > 3$ die Innenwinkelsumme in jedem $n$-Eck angibt!

*Hinweis:* In dieser Aufgabe werden alle $n$-Ecke als konvex vorausgesetzt, d.h. als $n$-Ecke, in denen kein Innenwinkel größer als 180° ist. Außerdem wird in dieser Aufgabe vorausgesetzt, daß kein Innenwinkel gleich 180° ist.